

Impacto de longo prazo do aumento da idade de aposentadoria utilizando um modelo de gerações sobrepostas

Resumo: Este trabalho avalia o impacto a longo prazo do aumento da idade de aposentadoria sobre 7 variáveis macroeconômicas e sobre o bem-estar, por meio de simulações de um modelo de gerações sobrepostas (OLG). Para os estados estacionários finais, foram considerados a mudança demográfica e cenários de aumento da vida laboral. Os resultados mostram que o aumento do fator trabalho e a redução de tributos devidos à política elevam o produto e permitem maior controle das despesas públicas no longo prazo. O efeito sobre o bem-estar também é positivo: a elevação do produto e a redução de impostos fornece maior renda disponível às famílias, que aumentam o consumo per capita ao longo do ciclo de vida.

Palavras-chave: Modelo de Gerações Sobrepostas (OLG); Previdência social; Mudança demográfica.

Abstract: *The study evaluate the long-term impact of increasing the retirement age on macroeconomic variables and welfare through simulations of an overlapping generations model. For final stationary states, demographic change and work-life increase scenarios are considered. Results show that the increase in labor factor and the reduction of taxes due to the policy raise the product and allow a greater control of the public expenses in the long term. The effect on well-being is also positive: raising output and reducing taxes provides higher disposable income to households, which allows for increased per capita consumption.*

Keywords: *Overlapping Generations Model (OLG); Social security; Demographic change.*

Classificação JEL: E13; H55; J11.

Giovani Silva Machado ¹

Roberto de Góes Ellery Júnior ²

Nelson Leitão Paes³

¹ Doutorando em Economia pela Universidade de Brasília.
E-mail: giovanisilvamachado@gmail.com.

² Doutor em Economia pela Universidade de Brasília. Professor da Universidade de Brasília.
E-mail: rgellery@gmail.com.

³ Doutor em Economia pela Universidade de Brasília. Professor da Universidade Federal de Pernambuco.
E-mail: nlpaes@gmail.com.

1. Introdução

Nos últimos anos, o debate acerca do financiamento da Previdência Social tem se intensificado no Brasil. A discussão mostra-se necessária, dado o déficit atual do sistema previdenciário e as perspectivas de envelhecimento da população.

Importante causa para o déficit crescente do sistema previdenciário é o processo de mudança demográfica pelo qual passa o Brasil. Em 2010, de acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), 10,7% das pessoas no Brasil tinham 60 anos ou mais. Em 2019, eram 13,8% e para 2060, as projeções do IBGE são de uma população com 32,2% de indivíduos nesta faixa etária, mais de duas vezes a proporção atual.⁴

Este estudo utiliza um modelo de gerações sobrepostas (OLG) com o objetivo de estimar o impacto de longo prazo de uma reforma da previdência, sobre as variáveis macroeconômicas e, em última instância, sobre o bem-estar. O objetivo é construir cenários de reforma que considerem o aumento da idade de aposentadoria dos trabalhadores. Com base nos resultados do modelo, também é possível sugerir em quantos anos em média deve-se aumentar a idade de aposentadoria para equilibrar o orçamento público no longo prazo.

Modelos de gerações sobrepostas apresentam a peculiaridade de representarem, a cada instante de tempo, indivíduos em diversas etapas de suas vidas. O modelo se baseou em Freitas (2015), que por sua vez é uma adaptação do modelo proposto por Auerbach e Kotlikoff (1987) em seu livro *Dynamic Fiscal Policy*, trabalho que sistematizou a construção de modelos dinâmicos de equilíbrio geral com famílias heterogêneas. Por simplicidade, o modelo construído é sem herança, ou seja, os indivíduos morrem (última geração) sem estoque de capital, da mesma forma que os modelos citados.

A existência de diferentes gerações, que coexistem em diferentes instantes de tempo, permite levar em conta o efeito das previsões de mudanças no perfil demográfico, notadamente o envelhecimento da população, sobre as variáveis macroeconômicas e sobre o bem-estar social.

Foram calculados o modelo em seus estados estacionários inicial e final. No último caso, foram simulados um cenário sem reforma da previdência, ou cenário base, e cenários com reformas da previdência que consideram aumentos da idade de aposentadoria (elevação de um a oito anos). Considerou-se a projeção da população do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) para 2060 (último ano das projeções) para o estado estacionário final.

Utilizando esse arcabouço, foi verificado que o aumento da idade de aposentadoria traz progressivamente ganhos de bem-estar no longo prazo e permite um maior controle das despesas públicas por parte do Governo. A elevação da idade de aposentadoria em cerca de oito anos equilibra o orçamento público no longo prazo.

Nas próximas seções, serão apresentados, nesta ordem, a revisão da literatura, a metodologia utilizada no estudo, a calibragem do modelo, os resultados encontrados e as considerações finais.

2. Revisão de literatura

A primeira formulação de um modelo de gerações sobrepostas (ou OLG, do inglês *Overlapping Generations*) se deu no Apêndice 2 do livro *Economie et intérêt* de Allais (1947).

Mas foi com o artigo de Samuelson (1958) que o uso desta formulação se generalizou. Usando um modelo com uma geração de indivíduos produtivos e outra de improdutivos,

⁴ Projeções da População por sexo e idade – 2018. Disponível em : <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/9109-projecao-da-populacao.html?=&t=resultados>. Acessado em 10/05/2020.

o autor encontrou que o ótimo social seria atingido por meio de transferências dos produtivos aos improdutivos, ou de forma equivalente, por meio de um sistema de previdência por repartição. Mais tarde, Diamond (1965) explorou os efeitos da dívida pública sobre o equilíbrio de longo prazo e para isso incluiu no modelo de Samuelson um governo que tem dívida e arrecada impostos para o pagamento de juros e uma tecnologia de produção neoclássica, transformando assim o modelo de Samuelson em um modelo de crescimento. Estes três são considerados os trabalhos seminais quando se trata de modelos de gerações sobrepostas.

Com a evolução da capacidade computacional, foi possível simular modelos OLG com um nível de heterogeneidade entre os agentes cada vez maior. O trabalho de referência na metodologia para a realização das simulações dos modelos de gerações sobrepostas é o livro *Dynamic Fiscal Policy*, de Auerbach e Kotlikoff (1987). Na obra, os autores dividem a resolução do modelo em três etapas: cálculo do estado estacionário inicial, do estado estacionário final, após a política fiscal, e por fim, a transição entre estes dois pontos.

No modelo, as famílias vivem por 55 gerações e seguem a teoria do ciclo de vida proposta por Modigliani e Brumberg (1954) e Ando e Modigliani (1963), na qual as famílias escolhem racionalmente os níveis presentes e futuros de consumo e lazer, de forma a maximizar a sua utilidade intertemporal, dada sua restrição orçamentária ao longo da vida. As famílias ofertam trabalho às firmas e podem se aposentar. Sua habilidade difere com o passar das gerações. Além disso, após sua morte, os indivíduos não deixam heranças ou dívidas.

A firma representativa é competitiva e usa capital e trabalho como fatores de produção. Suas decisões de investimento são sujeitas à expectativa de lucro, que pode estar sujeita a restrições impostas por custos de ajustamento do capital de curto prazo.

O governo é composto da autoridade fiscal e pelo sistema de seguridade social. Além disso, o orçamento do governo deve ser equilibrado intertemporalmente.

Através deste modelo, os autores simulam os efeitos dinâmicos de diversas políticas fiscais: prolongados cortes de tributos, mudanças na estrutura tributária, aumento do grau de progressividade fiscal, do consumo do governo ou dos incentivos ao investimento e a mudança no sistema de seguridade fiscal.

O livro de Auerbach e Kotlikoff (1987) continua sendo referência na simulação de modelos OLG, embora tenha havido inúmeros trabalhos posteriores que propuseram extensões ao modelo.

Alguns estudos foram realizados no Brasil com o objetivo de avaliar o efeito de mudanças no sistema previdenciário sobre as contas públicas, o crescimento econômico e o bem-estar, utilizando como ferramenta modelos OLG. Estes estudos, em geral, focaram na mudança parcial ou total de um sistema previdenciário de repartição para um de capitalização.

Neste sentido, os estudos pioneiros na utilização de modelos OLG no Brasil foram o de Barreto e Oliveira (1995) e Barreto (1997), que calcularam os estados estacionários de um modelo com 55 gerações sobrepostas para avaliar os efeitos de longo prazo de reformas da previdência com graus diversos de capitalização. Os autores encontraram que, em geral, sistemas mais capitalizados são pareto-superior no longo prazo, com ganhos mais expressivos de bem-estar quando financiados por impostos ao invés de dívida. Por outro lado, os autores argumentam sobre o impasse existente: o financiamento via aumento de tributos faz recair sobre as gerações atuais os custos impostos pela reforma.

Lannes Junior (1999) aplicaram o modelo de restrição de crédito de Cifuentes e Valdés-Prieto (1997) ao Brasil. Os autores calcularam os estados estacionários do modelo para avaliar o efeito de longo prazo da mudança de um sistema previdenciário de repartição para um sistema de capitalização. A partir da simulação de um sistema com

valores de contribuições e benefícios definidos, que é o caso brasileiro, encontraram que no sistema de capitalização existe uma alíquota de contribuição compulsória, tanto para imposto de renda quanto para imposto sobre o consumo, que maximiza o bem-estar dos indivíduos, com relação ao sistema de repartição.

Ellery Junior e Bugarin (2003) aplicaram o modelo de Imrohoroglu, Imrohoroglu e Joines (1995) ao Brasil. Os autores calcularam os estados estacionários do modelo para determinar a relação ótima entre um sistema de repartição e de capitalização. Concluíram que, com relação ao bem-estar, um sistema de repartição é superior à capitalização caso a taxa de reposição seja de no máximo 30%, mas somente para um fator de desconto intertemporal (β) de 1,005. Com um valor de β de 0,96, o sistema de capitalização é sempre preferível à repartição.

Ferreira (2002) utilizou um modelo OLG para calcular, além dos estados estacionários, as trajetórias de transição entre os estados estacionários inicial e final, de forma a determinar os efeitos de curto e longo prazo de diversas reformas na previdência, que consistiram em mudanças com relação à base de incidência da tributação e à escolha entre um sistema de repartição, capitalização ou situações intermediárias. O estudo concluiu que reformas parciais, que reduzam a taxa de reposição ou transfiram a base tributária do trabalho para o consumo, produzem efeitos positivos de longo prazo. Contudo, o impasse reside no financiamento da transição. O autor simulou diversos cenários e mostrou que não há forma de financiamento estritamente preferível para todos os agentes. Ferreira (2004) modificou o modelo anterior com uma economia aberta e taxa de juros exógena. Os resultados mostraram que o financiamento da transição de um sistema de repartição para capitalização leva a efeitos completamente diferentes sobre a balança corrente, de acordo com o tributo escolhido para custear o gasto adicional.

Teles e Andrade (2006) utilizaram um modelo de gerações sobrepostas de seis períodos para calcular os efeitos de curto e longo prazo de uma reforma tributária, de uma reforma educacional, e de duas reformas da previdência, quais sejam: aumento da idade de aposentadoria de 58 para 65 anos e uma queda em 10% da taxa de reposição. O estudo conclui que as reformas tributária e previdenciária, embora afetem de forma positiva o esforço fiscal e a dívida pública, não alteram de forma substancial o investimento em capital humano, logo não interferem diretamente no crescimento econômico. Por outro lado, um efeito indireto das reformas é que a redução da dívida pública leva à ligeira elevação no crescimento econômico, devido à queda da taxa de juros, que gera aumento na acumulação de capital físico.

Mais recentemente, Freitas (2015) simulou um modelo OLG baseado em Auerbach e Kotlikoff (1987) com o objetivo de determinar o efeito da desoneração da folha de pagamentos, que consiste em medida de redução da Contribuição Previdenciária, sobre as variáveis agregadas e o bem-estar, tendo encontrado efeitos positivos da política.

Especificamente com relação à previdência, diversas abordagens podem ser utilizadas para se estudar suas características e os efeitos de uma reforma, como por exemplo projeções estatístico-atuariais. Contudo, quando o foco de atenção é sobre acumulação de capital e bem-estar, os modelos OLG são os mais utilizados na literatura, o que se deve ao reconhecimento de que a previdência não é apenas um problema de alocação intertemporal, mas também uma questão de distribuição de riqueza e bem-estar entre as gerações (Miranda, 1997).

3. Metodologia

O modelo se baseou no modelo construído por Freitas (2015), que por sua vez é uma

adaptação do modelo proposto por Auerbach e Kotlikoff (1987). No texto são descritas suas principais características. Equações e informações adicionais estão expostas no Apêndice.

O ciclo de vida de uma família inicia-se com a entrada no mercado de trabalho, aos 23 anos de idade, e termina com a sua morte, aos 90 anos (68 gerações). Elas buscam maximizar a utilidade ao longo de suas vidas, sujeitas a suas restrições orçamentárias. Os indivíduos se aposentam ao completarem 57 anos⁵, momento até o qual recebem rendimentos do trabalho. A partir de então, passam a receber rendimentos da Previdência Social.

As famílias de cada geração, em cada instante do tempo, fornecem capital $k_{j,t}$ às firmas, sendo este o único ativo detido por elas. Os agentes não possuem nenhuma riqueza aos 23 anos ($k_{1,t} = 0$) e acumulam capital ao longo da vida. Não há nenhuma restrição quanto à existência de dívida durante o ciclo de vida da família. É imposta, contudo, a restrição de que o capital seja zero no momento de morte do indivíduo, após a geração 68 ($k_{69,t} = 0$). Ou seja, não é permitido que o indivíduo deixe herança ou dívidas após a sua morte.

A economia possui um agente representativo para as firmas, que são competitivas e apresentam função de produção Cobb-Douglas.

O governo arrecada por meio dos tributos sobre consumo, renda do trabalho e renda do capital e das contribuições previdenciárias sobre consumo e trabalho. O total arrecadado em t é inteiramente gasto no mesmo instante de tempo. O modelo, desta forma, não leva em consideração a dívida pública. As despesas são divididas em três modalidades: consumo do governo, transferências (pagas a todas as gerações) e benefícios da previdência (somente aos aposentados).

A previdência social arrecada recursos por meio das contribuições e despende por meio da concessão de benefícios. O benefício no tempo t é calculado pela média dos salários de contribuição dos indivíduos que entram na aposentadoria no tempo t , multiplicada pela taxa de reposição do regime previdenciário (φ), ou seja, a razão entre o valor do benefício e o salário médio de contribuição.

4. Calibragem

Neste trabalho, a calibragem foi feita para o ano de 2014, o que implica na hipótese de que a economia encontrava-se no estado estacionário neste ano. A calibragem coincide, portanto, com o cálculo do estado estacionário inicial.

Os valores utilizados para os parâmetros e variáveis em 2014 são baseadas em:

- trabalhos anteriores;
- bases de dados;
- equações do modelo.

4.1 Parâmetros baseados na literatura

Para os parâmetros ρ , α e γ , foram utilizados valores próximos aos encontrados na literatura em modelos OLG brasileiros. A Tabela 1 compara os parâmetros utilizados com os trabalhos de Cavalcanti e Silva (2010), Lledo (2005) e Ferreira (2004).

⁵ 23 e 57 anos são as idades médias de entrada e saída do mercado de trabalho, de acordo com dados do Fórum de debates sobre políticas de emprego, trabalho e renda e de Previdência Social (2016).

Tabela 1. Parâmetros com base na literatura.

Parâmetro	Definição	Modelo	Cavalcanti e Silva (2010)	Lledo (2005)	Ferreira (2004)
ρ	Elasticidade de substituição intratemporal	1,15	1,15	1,15	1,1
γ	Elasticidade de substituição intertemporal	0,3	0,7	0,4	0,305
α	Intensidade da preferência por lazer	0,25	0,25	0,25	0,36

Fonte: Cavalcanti e Silva (2010).

4.2 Parâmetros e variáveis extraídos das bases de dados

4.2.1 População e probabilidade de vida

O IBGE realiza pesquisa intitulada "Projeção da População no Brasil por sexo e idade", que apresenta estimativas para a população entre 2000 e 2060. Até os 89 anos de idade, a população por faixa etária é subdividida ano a ano. A população de indivíduos de 90 anos ou mais de idade é agregada em um único grupo.

No modelo, não são utilizados os dados por sexo. Utilizam-se as projeções de população por faixa etária entre 2014 a 2060, com 68 gerações, de 23 a 90 anos ou mais ($N_{j,t}$).

O mesmo IBGE publica as "Tábuas completas de mortalidade",⁶ que contém, dentre outras informações, a probabilidade de vida por faixa etária (agrupada para cada 5 anos de idade) entre 2000 e 2060.

No modelo, interpolaram-se os valores do IBGE, entre 2014 e 2060, de forma a obter uma probabilidade para cada idade, entre 23 e 90 anos ($p_{j,t}$).

As projeções da população e da probabilidade de vida até 2060 permitem que o modelo considere o efeito da mudança demográfica sobre as demais variáveis.

Para a calibragem, foram utilizados os vetores de população $N_{j,2014}$ (somatório é o numerário em 2014) e probabilidade de vida $p_{j,2014}$ para o ano de 2014, apresentados na Tabela 2.

4.2.2 Parâmetros de habilidade

O vetor de habilidades e_j foi estimado pelos dados de renda média do trabalho por idade extraídos da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD) 2014⁷, entre 23 e 64 anos, normalizados com média ponderada igual a 1. Os valores utilizados estão apresentados na Tabela 2.

4.2.3 Parâmetros θ

A participação do capital sobre o produto, definida por θ , foi calculada com dados do Sistema de Contas Nacionais (SCN),⁸ ano-base 2014, de acordo com a seguinte fórmula.

$$\theta = \frac{\text{Excedente Operacional Bruto (EOB)}}{\text{EOB} + \text{Rendimento dos empregados} + \text{Rendimento dos Autônomos}}$$

$$= \frac{1912,29}{1912,29 + 2516,59 + 488,95} = 0,389 \quad (1)$$

⁶ Disponível em <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/9126-tabuas-completas-de-mortalidade.html?=&t=o-que-e>. Acessado em 10/05/2020.

⁷ Disponível em <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/9127-pesquisa-nacional-por-amostra-de-domicilios.html?=&t=o-que-e>. Acessado em 10/05/2020.

⁸ Disponível em <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/contas-nacionais/9052-sistema-de-contas-nacionais-brasil.html?=&t=o-que-e>. Acessado em 10/05/2020.

Tabela 2. Parâmetros desagregados do modelo no estado estacionário inicial.

J	Nj	pj	ej	cj	lj	kj	j	Nj	pj	ej	cj	lj	kj
1	0.027	0.998	0.594	0.37	0.21	0.00	35	0.015	0.991	1.211	0.64	1.00	6.48
2	0.027	0.998	0.671	0.38	0.20	-0.01	36	0.014	0.99	1.121	0.65	1.00	6.66
3	0.027	0.998	0.669	0.40	0.19	-0.01	37	0.013	0.989	1.086	0.67	1.00	6.84
4	0.028	0.998	0.706	0.41	0.18	0.02	38	0.013	0.989	1.07	0.69	1.00	7.01
5	0.028	0.998	0.75	0.42	0.18	0.07	39	0.012	0.988	1.238	0.70	1.00	7.18
6	0.028	0.998	0.809	0.43	0.17	0.14	40	0.011	0.987	1.086	0.72	1.00	7.34
7	0.029	0.998	0.812	0.44	0.18	0.24	41	0.011	0.986	1.063	0.74	1.00	7.49
8	0.029	0.998	0.856	0.45	0.17	0.31	42	0.01	0.985	1.143	0.75	1.00	7.64
9	0.028	0.998	0.907	0.47	0.16	0.42	43	0.01	0.984	1.346	0.77	1.00	7.77
10	0.028	0.998	0.898	0.47	0.17	0.57	44	0.009	0.982	-	0.79	1.00	7.90
11	0.027	0.998	0.945	0.49	0.16	0.70	45	0.008	0.98	-	0.81	1.00	8.02
12	0.026	0.998	0.988	0.50	0.16	0.89	46	0.008	0.979	-	0.83	1.00	8.12
13	0.025	0.998	0.975	0.51	0.16	1.08	47	0.007	0.977	-	0.85	1.00	8.20
14	0.025	0.998	0.984	0.52	0.16	1.28	48	0.007	0.975	-	0.87	1.00	8.27
15	0.024	0.998	0.974	0.53	0.17	1.49	49	0.006	0.973	-	0.89	1.00	8.32
16	0.024	0.998	0.966	0.54	0.18	1.70	50	0.006	0.97	-	0.91	1.00	8.35
17	0.023	0.997	1.017	0.55	0.18	1.87	51	0.006	0.967	-	0.93	1.00	8.35
18	0.022	0.997	0.95	0.56	0.19	2.05	52	0.005	0.964	-	0.95	1.00	8.33
19	0.022	0.997	1.013	0.58	0.18	2.23	53	0.005	0.962	-	0.97	1.00	8.28
20	0.022	0.997	0.978	0.59	0.19	2.45	54	0.005	0.958	-	1.00	1.00	8.19
21	0.021	0.997	0.999	0.61	0.19	2.66	55	0.004	0.954	-	1.02	1.00	8.08
22	0.021	0.996	1.078	0.62	0.18	2.89	56	0.004	0.949	-	1.04	1.00	7.92
23	0.021	0.996	0.988	0.63	0.19	3.14	57	0.004	0.945	-	1.07	1.00	7.72
24	0.02	0.996	1.068	0.64	0.20	3.39	58	0.003	0.942	-	1.09	1.00	7.47
25	0.02	0.996	1.046	0.66	0.20	3.60	59	0.003	0.935	-	1.11	1.00	7.17
26	0.02	0.995	1.101	0.67	0.20	3.84	60	0.003	0.929	-	1.14	1.00	6.81
27	0.019	0.995	1.102	0.69	0.19	4.09	61	0.002	0.922	-	1.16	1.00	6.39
28	0.019	0.994	1.141	0.70	0.21	4.39	62	0.002	0.916	-	1.19	1.00	5.90
29	0.018	0.994	1.19	0.72	0.20	4.63	63	0.002	0.903	-	1.21	1.00	5.34
30	0.018	0.994	1.1	0.74	0.20	4.96	64	0.002	0.896	-	1.24	1.00	4.70
31	0.017	0.993	1.028	0.74	0.22	5.29	65	0.001	0.89	-	1.26	1.00	3.97
32	0.017	0.993	1.138	0.77	0.22	5.55	66	0.001	0.883	-	1.29	1.00	3.15
33	0.016	0.992	1.083	0.78	0.22	5.86	67	0.001	0.877	-	1.32	1.00	2.21
34	0.015	0.991	1.113	0.79	0.23	6.19	68	0.004	0.842	-	1.33	1.00	1.16
							69	-	-	-	-	-	0.00

Fonte: Projeção da População no Brasil por sexo e idade, Tábuas completas de mortalidade, PNAD; Elaboração Própria.

4.2.4 Agregados econômicos

Produto ($\bar{Y}$), consumo agregado ($\bar{C}$), consumo do Governo ($\bar{G}$) e investimento ($\bar{I}$) também foram retirados do SCN, para o ano de 2014. A taxa de juros real ($\bar{r}$) foi estimada pela taxa média de juros das operações de crédito do sistema financeiro em dezembro de 2014 (20,9%), retirada das Notas Econômicas Financeiras do Banco Central de janeiro de 2015⁹, subtraída pela expectativa para o IGP-M dos 12 meses subsequentes (5,6%) a dezembro de 2014, retirada do sistema de séries temporais do Banco Central.¹⁰ A arrecadação do Governo ($\bar{T}$) foi retirada do estudo Carga Tributária no Brasil (CTB), ano-base 2014, elaborado pela Secretaria da Receita Federal do Brasil.¹¹

A arrecadação da Previdência Social ($\bar{T}_{prev}$) agrega as contribuições incidentes sobre salários e sobre consumo. A arrecadação sobre salários foi retirada do CTB. A arrecadação previdenciária sobre consumo foi extraída do CTB (sobre bens e serviços) e do Boletim Estatístico da Previdência Social (BEPS) de dezembro de 2014¹² (sobre empresas optantes pelo Simples Nacional).

As despesas com a Previdência ($\bar{D}_{prev}$) consideram os gastos com o RGPS e RPPS da União e foram retiradas do BEPS (RGPS) e do Anuário Estatístico da Previdência Social - AEPS (RPPS), ano-base 2014.¹³

Os dados de arrecadação e despesa previdenciária utilizados não incluem o Regime Próprio da Previdência Social dos Estados e municípios. As receitas com previdência

⁹ Disponível em <https://www.bcb.gov.br/estatisticas/historicoestatisticas>. Acessado em 10/05/2020.

¹⁰ Disponível em <https://www3.bcb.gov.br/expectativas/publico/consulta/serieestatisticas>. Acessado em 10/05/2020.

¹¹ Disponível em <https://receita.economia.gov.br/dados/receitadata/estudos-e-tributarios-e-aduaneiros/estudos-e-estatisticas/carga-tributaria-no-brasil/29-10-2015-carga-tributaria-2014>. Acessado em 10/05/2020. Especificamente, páginas 37, 39 e 40 do CTB 2014.

¹² Disponível em <http://www.previdencia.gov.br/dados-abertos/boletins-estatisticos-da-previdencia-social/>. Acessado em 10/05/2020.

¹³ Disponível em <http://www.previdencia.gov.br/dados-abertos/dados-abertos-previdencia-social/>. Acessado em 10/05/2020.

dos Estados e municípios foram classificadas como arrecadação sobre o trabalho (não previdenciária).

A arrecadação previdenciária foi extraída da base de dados da Receita Federal (com exceção das empresas optantes pelo Simples Nacional), enquanto as despesas foram retiradas das bases da Previdência Social. Devido a esta escolha, os dados de arrecadação previdenciária utilizados no modelo são um pouco inferiores ao valor da Arrecadação Líquida da Previdência Social que apresenta o BEPS.¹⁴

Os dados de arrecadação da Receita Federal foram preferidos, pois a partir deles foi possível dividir todo o sistema tributário entre tributos sobre consumo (alíquota=24,4%), trabalho (alíquota=9,2%) e capital (alíquota=12,8%) e contribuições previdenciárias sobre consumo (alíquota=1,5%) e trabalho (alíquota=7,7%). No modelo, o produto $\bar{Y}$ do estado estacionário é considerado como numerário e as demais variáveis agregadas são descritas em termos de $\bar{Y}$ (exceto quando não se aplica, como trabalho ($\bar{L}$), salário real ($\bar{W}$) e taxa de juros real ($\bar{r}$)). A Tabela 3 mostra os valores utilizados para as variáveis mencionadas, retirados das bases de dados nacionais.

Tabela 3. Agregados macroeconômicos dados.

	Bilhões de R\$	Proporção a Y		Bilhões de R\$	Proporção a Y
$\bar{Y}$	5932,76	1	$\bar{T}_{prev}$	303,73	0,056
$\bar{C}$	3638,4	0,613	Salários	278,48	0,047
$\bar{I}$	1187,48	0,2	Simples	30,29	0,005
$\bar{G}$	1106,87	0,187	Bens e Serviços	22,89	0,004
$\bar{T}$	1847,74	0,311	$\bar{D}_{prev}$	490,4	0,083
$\bar{r}$		15,30%			

Fonte: Contas Nacionais, Carga Tributária no Brasil, Boletim Estatístico da Previdência Social, Anuário Estatístico da Previdência Social e Secretaria do Tesouro Nacional.

4.3 Parâmetros e variáveis estimados pelas equações do modelo no estado estacionário

Inicialmente, foram calculados os valores das transferências per capita e dos benefícios de aposentadoria, através das equações (19) e (21) do Apêndice. Obtêm-se, desta forma:

$$\bar{tr} = \frac{\bar{Tr}}{\sum_{j=1}^{68} N_{j,0}} = \frac{0,042}{1} = 0,042 \quad (2)$$

$$\bar{b} = \frac{\bar{D}_{prev}}{\sum_{j=trab+1}^{68} N_{j,0}} = \frac{0,083}{0,223} = 0,370 \quad (3)$$

Em seguida, resolveu-se o sistema de equações da seção VI do Apêndice, adicionado das equações (26) e (28), que forneceu os valores para as variáveis $\bar{k}_j$, $\bar{c}_j$, e $\bar{W}$ mais os parâmetros β e β , os dois últimos devido à inclusão no sistema das duas equações de equilíbrio de mercado. A adição destas duas equações é possível na calibragem pois conhecemos *a priori* os valores de $\bar{C}$ e $\bar{I}$, da base de dados.

Os valores obtidos para capital e consumo *per capita* estão apresentados na Tabela 2. O valor encontrado para o salário real foi de 0,989, para a taxa de depreciação foi de 0,033 e para a taxa de desconto também de 0,033.

O próximo passo foi estimar o vetor de lazer *per capita* ($\bar{l}_j$), por meio das equações (11) e (12) do Apêndice. Seus valores encontram-se na Tabela 2.

¹⁴ O principal motivo da divergência é que a base da Receita Federal não computa como arrecadação previdenciária as transferências que o Tesouro efetua ao INSS como compensação pelas perdas da desoneração da folha de pagamentos.

Então, procedeu-se ao cálculo do trabalho ($\bar{L}$), de acordo com a expressão (27). O valor obtido para $\bar{L}$ foi de 0,618.

O capital agregado ($\bar{K}$) foi calculado pela multiplicação do capital *per capita* pela população de cada geração, de acordo com a equação (25) do Apêndice. Seu valor é 2,541.

O parâmetro tecnológico A foi calculado por meio da equação (13) do Apêndice, tomando $\bar{Y}$ igual a 1.

$$A = \frac{1}{\bar{K}^\theta \bar{L}^{1-\theta}} = \frac{1}{2,54^{0,39} 0,62^{1-0,39}} = 0,934 \quad (4)$$

Com os valores de $\bar{W}$ e $\bar{l}_j$ e $\bar{b}$, encontrou-se o valor da taxa de reposição (φ), através da equação (20) do Apêndice. O valor encontrado para φ foi de 0,463.

5. Simulações e resultados

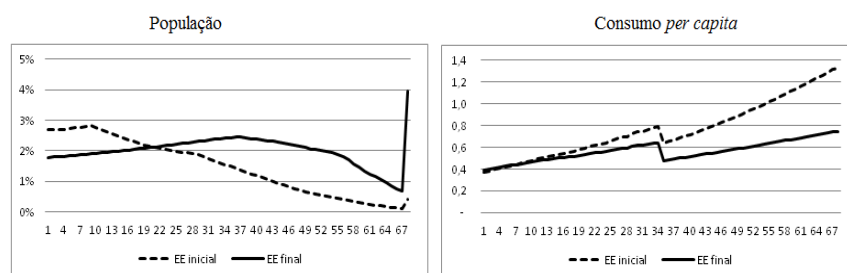
Foram simulados o estado estacionário inicial, como definido na seção anterior, e os estados estacionários finais considerando a população por faixa etária aos níveis de 2060, de acordo com previsão do IBGE. Hipótese necessária para o cálculo dos estados estacionários finais é que a população e as probabilidades de morte se mantenham constantes a partir daí.

Os diferentes cenários consistem na alteração da idade atual de aposentadoria de 57 anos (ou 34 anos de trabalho) para 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64 e 65 anos (ou 42 anos de trabalho).

5.1 Efeito da mudança demográfica

A população em 2060, de acordo com o IBGE, será 35% maior do que a atual. O Gráfico 1 ilustra a distribuição da população e do consumo *per capita* por gerações em 2014 e 2060, sendo que no modelo, a soma da população é igual a 1 em 2014. Percebe-se que o aumento da população é causado pela maior densidade das gerações mais velhas, e que a população de jovens se reduz.

Gráfico 1. População e consumo per capita por geração nos estados estacionários (EEs) inicial e final.



Fonte: Fonte: Estudo Projeção da População no Brasil por sexo e idade, do IBGE; Elaboração Própria.

As duas primeiras colunas da Tabela 4 apresentam os estados estacionários inicial e final, para o cenário em que não há aumento da idade de aposentadoria. Desta forma, é

possível observar o efeito da mudança demográfica, *coeteris paribus*, sobre as variáveis macroeconômicas e o bem-estar.

Tabela 4. Variáveis em nível nos estados estacionários inicial e final, sem aumento na idade de aposentadoria(57) e com aumento da idade para 65 anos.

Variável	EE inicial	EE final (57)	EE final (65)
População (N)	1	1,35	1,35
Produto (Y)	1	1,11	1,34
Produto <i>per capita</i> (Y/N)	1	0,82	0,99
Capital sobre o Produto(K/Y)	2,54	3,09	2,89
Trabalho (L)	0,62	0,61	0,76
Consumo Agregado sobre o produto (C/Y)	0,61	0,68	0,69
Investimento sobre o produto (I/Y)	0,2	0,13	0,13
Gasto do Governo sobre o produto (G/Y)	0,19	0,19	0,19
Arrecadação sobre o produto (T/Y)	0,31	0,33	0,33
Arrecadação Previdenciária sobre o produto (Tprev/Y)	0,06	0,06	0,06
Despesa Previdenciária sobre o produto (Dprev/Y)	0,08	0,26	0,14
Transferências sobre o produto (Tr/Y)	0,04	-0,12	0
Taxa de juros (r)	0,153	0,126	0,135
Salários (W)	0,99	1,12	1,07
Benefício previdenciário (b)	0,37	0,44	0,42
Varição compensada da utilidade (D)	-	-0,19	-0,04

Fonte: Elaboração própria.

Os resultados mostram que o aumento da população com idade mais avançada (que poupou ao longo da vida e detém mais capital) com relação aos mais jovens (que trabalham e poupam) tende a aumentar a intensidade de capital na economia. Enquanto isso, o fator trabalho se mantém praticamente estável (-2%): por um lado, a população total se eleva em 35%, por outro lado, a composição demográfica reduz o número de indivíduos na vida ativa. Esta combinação eleva os salários reais (+13%) e reduz as taxas de retorno sobre o capital (de 15,3% para 12,6%). Auerbach e Kotlikoff (1987) e Auerbach et al. (1989) encontraram resultados semelhantes com relação ao aumento da relação capital-trabalho, ao prever o efeito da mudança demográfica sobre a economia em países desenvolvidos.

O Gráfico 2 apresenta a distribuição da acumulação de capital *per capita* entre as gerações no estado estacionário final. O formato de "corcunda" das curvas é característico em modelos de ciclo de vida em que não há heranças, o que ilustra a poupança feita pelos mais jovens, seguida pela despoupança ou desinvestimento das gerações de aposentados. O aumento da população de indivíduos mais velhos, que desinvestem para financiar seu consumo na forma da venda de ativos, aliado à redução da população de jovens poupadores, causa a redução da poupança (ou investimento) no longo prazo. O efeito do envelhecimento da população sobre a taxa de poupança vai no mesmo sentido do encontrado por Auerbach e Kotlikoff (1987) e Auerbach et al. (1989) em suas simulações.

Auerbach e Kotlikoff (1987) citam, porém, que há controvérsias quanto aos modelos de ciclo de vida sem herança. A discussão é se eles representariam o comportamento real dos agentes, com poupança durante a juventude e meia idade e despoupança na aposentadoria. Além disso, discute-se se o estoque de capital da economia pode ser definido apenas pela acumulação de capital dos mais jovens. Os autores argumentam que, embora estas considerações sejam relevantes, o modelo de ciclo de vida sem heranças permanece como uma importante referência no estudo de políticas fiscais.

Com relação ao crescimento, a elevação da acumulação de capital gera um aumento no produto de 13%. O consumo agregado deve ser mais elevado no estado estacionário final. Auerbach et al. (1989) citam que a base do consumo tende a ser maior em uma

sociedade mais velha do que em uma jovem. De fato, o modelo prevê aumento progressivo do consumo com o passar do ciclo de vida, com diminuição logo após a aposentadoria e novamente progressivo crescimento, como mostra o Gráfico 1.

Percebe-se que, embora o consumo agregado seja maior no estado estacionário final (Tabela 4), pois a população é maior na faixa de aposentados, que consome mais, o consumo *per capita* do estado estacionário final é inferior ao do inicial para quase todas as gerações (com exceção das iniciais), fato que exerce efeito direto sobre o bem-estar de um indivíduo nascido sob a situação de concretização da mudança demográfica. Além disso, a diferença é maior à medida que se avança no ciclo de vida.

Apresentam-se duas explicações para a redução do consumo *per capita* entre os dois cenários. A primeira é a redução da renda disponível de todos os indivíduos, que mantém os aposentados via Seguridade Social em dado instante de tempo. Este suporte se traduz no resultado negativo das transferências sobre o produto para o longo prazo (-12% do PIB), o que representa um imposto *lump sum* sobre todas as gerações. A segunda é a redução da taxa de juros real, que induz os agentes a anteciparem o consumo, o que reduz a inclinação da curva de consumo *per capita* através das gerações.

Com relação às variáveis fiscais (receitas e despesas do Governo), a despesa previdenciária apresenta elevação expressiva, passando de 8% para 26% do PIB. Como no modelo o orçamento do governo é equilibrado, esta elevação recai sobre as transferências, que passam de 4% do PIB no estado estacionário inicial para -12% do PIB no estado estacionário final. Como já mencionado, as transferências negativas podem ser interpretadas como a imposição de um imposto *lump sum* da ordem 12% do PIB, que seria utilizado para equalizar o desequilíbrio da previdência.

Os gastos correntes do Governo foram considerados por hipótese constantes com proporção ao produto. A arrecadação tende a elevar sua participação no produto (de 31% para 33%) devido ao crescimento do consumo agregado, base sobre a qual incide uma maior alíquota tributária.

Por fim, de acordo com o conceito de variação compensada, o efeito sobre o bem-estar de um indivíduo nascido sob as circunstâncias demográficas do estado estacionário final é negativo, devido à redução do consumo *per capita* entre os dois cenários em praticamente todas as faixas etárias de indivíduos, como pode ser observado pelo Gráfico 1.

5.2 Efeitos da mudança da idade de aposentadoria sobre o estado estacionário final

A terceira coluna da Tabela 4 apresenta os valores das variáveis no estado estacionário final para um aumento na idade de aposentadoria para 65 anos.

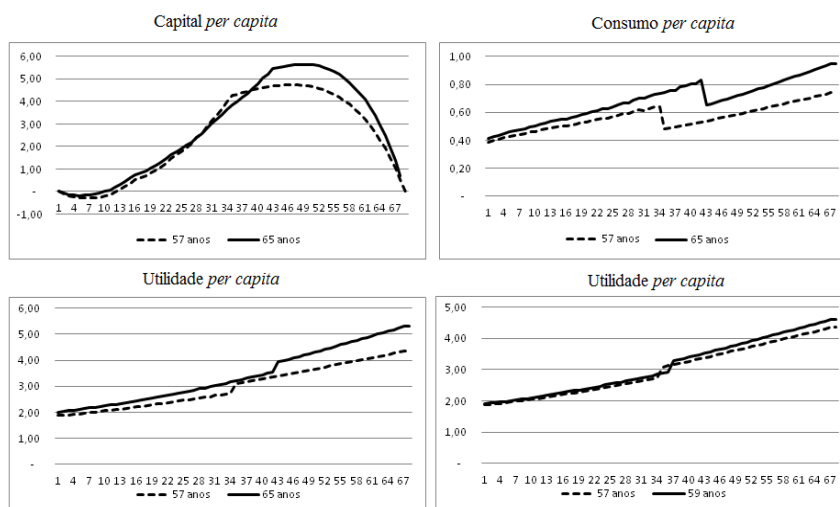
O efeito imediato de uma reforma é que mais pessoas permanecem trabalhando. Com efeito, o fator trabalho cresce com o aumento da idade de aposentadoria: cerca de 26% na comparação entre os dois cenários extremos no estado estacionário final.

O segundo efeito, no longo prazo, é a redução das despesas previdenciárias, que passam de 26% do produto para 14%. Devido a este movimento, as transferências deixam de ser negativas (-12% do PIB) para serem neutras. Isto significa que, de acordo com o modelo, aumentar a idade de aposentadoria em 8 anos equilibra as despesas e receitas do governo no longo prazo (zero transferências), considerando que os gastos do governo se mantêm constantes com relação ao produto, por hipótese, e a arrecadação total e previdenciária se mantêm constantes com relação ao PIB, em 33% e 6%, respectivamente.

O aumento dos anos de trabalho eleva o período de vida ativa, ou de maior poupança, no ciclo de vida, ao mesmo tempo em que reduz o período de aposentadoria, que é, em termos gerais, de despoupança. Desta forma, poupança (investimento) e capital também

tendem a crescer com o aumento dos anos trabalhados, porém em menor grau que o crescimento do produto - o Gráfico 2 ilustra a acumulação de capital por gerações, no estado estacionário final, para uma idade de aposentadoria de 57 e 65 anos. Como há maior elevação do fator trabalho que do capital, espera-se que a economia torne-se mais intensiva em trabalho, o que aumenta a taxa de juros, (de 12,3% para 13,5%) e reduz os salários reais (-4%), com a elevação de oito anos de vida ativa.

Gráfico 2. Acumulação de capital, consumo e utilidade per capita em cada geração no estado estacionário (EE) final, para diferentes idades de aposentadoria.



Fonte: Elaboração própria.

À medida que se eleva o fator trabalho, verifica-se efeito positivo direto sobre o produto, que chega a ser 34% superior ao do estado estacionário inicial. O produto *per capita*, que diminuiria em 2060, se mantém próximo aos níveis do estado estacionário inicial, considerando um aumento de oito anos na vida laboral. Logo, em uma análise com relação ao produto, reformas que aumentam a idade de aposentadoria parecem ser benéficas, de acordo com o modelo.

A elevação do produto, gerada pelo aumento da oferta de trabalho, e a redução do imposto *lump sum*, representado pelas transferências negativas, fornece maior renda disponível aos indivíduos (embora haja em sentido oposto redução dos salários reais), que passam a consumir mais ao longo do seu ciclo de vida, o que eleva o consumo agregado em proporção ligeiramente superior ao produto (68% para 69% - Tabela 4). O Gráfico 2 mostra o consumo *per capita* do estado estacionário final para idades de aposentadoria de 57 e 65 anos.

Os componentes da utilidade ou bem-estar no modelo são consumo e lazer *per capita*. O aumento do consumo *per capita* gerado pelo aumento da idade de aposentadoria se reflete em aumento de bem-estar para todas as gerações. Por outro lado, o indivíduo vivencia diminuição de bem-estar durante as gerações que terá de trabalhar por mais tempo, ou seja, terá menos lazer disponível.

Nas simulações, o efeito da elevação do consumo *per capita* é superior ao efeito da redução do lazer nas gerações não diretamente atingidas pelo aumento da idade de aposentadoria. São obtidos progressivos ganhos de bem-estar com a elevação do tempo de contribuição laboral, sendo que com a idade de aposentadoria estabelecida em 65 anos, o bem-estar calculado é próximo ao do estado estacionário inicial.

O Gráfico 2 ilustra as utilidades para cada geração, no estado estacionário final, para as idades de aposentadoria de 57 e 65 anos. Percebe-se que, neste caso, o aumento de idade proporciona ganhos de bem-estar durante todo o ciclo de vida, mesmo para as gerações diretamente atingidas por uma reforma.

O Gráfico 2 compara, por fim, as utilidades para cada geração, no estado estacionário final, para uma situação intermediária, de idades de aposentadoria de 57 e 59 anos. Embora haja ganho de bem-estar social com o aumento em dois anos da idade de aposentadoria, há perda de bem-estar durante as gerações que experimentam redução do lazer devida ao aumento do tempo de trabalho, para o indivíduo nascido no estado estacionário final.

6. Considerações finais

O objetivo deste estudo foi construir um modelo de gerações sobrepostas para subsidiar a discussão sobre Reforma da Previdência. Os modelos OLG são bastante utilizados na literatura para se medir os efeitos de mudanças previdenciárias sobre as variáveis macroeconômicas e o bem-estar.

As simulações realizadas apontam no sentido de que uma reforma da previdência que estabeleça um aumento da idade de aposentadoria traz benefícios de longo prazo. O efeito do aumento do fator trabalho e a redução de tributos devidos à mudança tende a elevar o produto no longo prazo e permite um maior controle das despesas públicas por parte do Governo. Uma elevação da idade de aposentadoria em 8 anos diminuiria a despesa previdenciária e equilibraria a arrecadação com as despesas previdenciárias mais gastos do governo, considerando transferências nulas.

A elevação do produto e a redução de impostos, embora acompanhadas da redução dos salários reais, fornece maior renda disponível aos indivíduos, que aumentam o consumo ao longo de todo o ciclo de vida. Por impactar todas as gerações, este aumento traz ganhos de bem-estar superiores à perda de lazer causada pelo aumento da idade de aposentadoria. O efeito positivo sobre o bem-estar é maior à medida que se eleva a contribuição laboral, considerando os cenários analisados neste trabalho.

Uma importante limitação nas simulações realizadas é que elas não consideram o custo da transição de uma reforma, ou seja, seus efeitos sobre as variáveis macroeconômicas e o bem-estar das diferentes gerações no curto prazo. Uma segunda restrição refere-se à controvérsia com relação a até que ponto modelos de ciclo de vida sem herança representam o comportamento real dos agentes e a dinâmica de acumulação de capital na economia. Outra limitação do estudo é que as projeções para as variáveis macroeconômicas são sensíveis aos parâmetros utilizados e às incertezas crescentes em cenários de longo prazo, por isso devem ser analisadas com cautela.

Por outro lado, acredita-se que os resultados das simulações com relação ao ganho relativo de políticas alternativas deva ser levado em consideração em discussões sobre mudanças no sistema previdenciário.

Referências

ALLAIS, Maurice. *Economie et interet: exposition nouvelle des problemes fondamentaux relatifs au role economique du taux de l'interet et de leur solutions*. Imprimerie nationale et librairie des publication officielles, 1947.

CANDO, Albert; MODIGLIANI, Franco. The "life cycle" hypothesis of saving: Aggregate implications and tests. *The American economic review*, v. 53, n. 1, p. 55-84, 1963.

AUERBACH, Alan et al. *The Economic Dynamics of an Ageing Population: The Case of Four OECD Countries*. OECD Publishing, 1989.

AUERBACH, Alan J.; KOTLIKOFF, Laurence J. *Dynamic fiscal policy*. Cambridge: Cambridge University Press, 1987.

BARRETO, F. Três ensaios sobre reforma de sistemas previdenciários. 1997. Tese de Doutorado. Tese (Doutorado em Economia)–Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro, 1997.

BARRETO, Flávio; OLIVEIRA, Luis Guilherme. Aplicação de um modelo de gerações superpostas para a reforma da previdência no Brasil: uma análise de sensibilidade no estado estacionário. *Anais do XVII Encontro Brasileiro de Econometria*, p. 71-91, 1995.

BROYDEN, Charles G. A class of methods for solving nonlinear simultaneous equations. *Mathematics of computation*, v. 19, n. 92, p. 577-593, 1965.

CAVALCANTI, Marco Antônio Freitas de Hollanda; SILVA, Napoleão Luiz Costa da. Impactos de políticas de desoneração do setor produtivo: uma avaliação a partir de um modelo de gerações superpostas. *Estudos Econômicos (São Paulo)*, v. 40, n. 4, p. 943-966, 2010.

CIFUENTES, Rodrigo; VALDES-PIETO, Salvador. *Transitions in the presence of credit constraints*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.

DIAMOND, Peter A. National debt in a neoclassical growth model. *The American Economic Review*, v. 55, n. 5, p. 1126-1150, 1965.

ELLERY JUNIOR, Roberto de Góes; BUGARIN, Mirta NS. Previdência social e bem estar no Brasil. *Revista Brasileira de Economia*, v. 57, n. 1, p. 27-57, 2003.

FERREIRA, Sergio G. *Transitional and Long Run Effects of Reforming Social Security in Brazil*. PUC-RJ, Rio de Janeiro, 2002.

_____. Social security reforms under an open economy: the Brazilian case. *Revista Brasileira de Economia*, v. 58, n. 3, p. 343-380, 2004.

FREITAS, Carlos Eduardo de. A desoneração da folha de pagamentos: uma aplicação do modelo de gerações sobrepostas para o Brasil. Tese (Doutorado em Economia) – UFPE, CCSA, 2015.

İMROHOROGLU, Ayşe; İMROHOROGLU, Selahattin; JOINES, Douglas H. A life cycle analysis of social security. *Economic theory*, v. 6, n. 1, p. 83-114, 1995. RODRIGUES, R. V.; TEIXEIRA, E. C. Gasto público e crescimento econômico no Brasil: uma análise comparativa dos gastos das esferas de governo. *Revista Brasileira de Economia* vol.64 no.4 Rio de Janeiro Oct./Dec. 2010. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/S0034-71402010000400005>>

>. Acesso em: 20 de Mai. de 2019.

LANNES JUNIOR, O. P.; OLIVEIRA, L. G. S. Avaliação dos efeitos de bem-estar associados à mudança do regime previdenciário: uma análise de equilíbrio geral computável na presença de restrições ao crédito. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ECONOMETRIA, 20., 1998, Vitória. Anais... Vitória-ES, 1998.

LLEDO, Victor Duarte. Tax systems under fiscal adjustment: a dynamic CGE analysis of the Brazilian tax reform. International Monetary Fund, 2005.

MIRANDA, Rogério Boueri. Três modelos teóricos para a previdência social. Pesquisa e Planejamento Econômico, v. 27, n. 3, 1997.

MODIGLIANI, Franco; BRUMBERG, Richard. Utility analysis and the consumption function: An interpretation of cross-section data. Post-keynesian economics, v. 1, p. 338-436, 1954.

SAMUELSON, P.A. An exact consumption-loan model of interest, with or without the social contrivance of money. Journal of Political Economy, v. 66, pp. 467-482, 1958.

TELES, Vladimir Kühn; ANDRADE, Joaquim P. Reformas tributária e previdenciária e a economia brasileira no longo prazo. Revista Brasileira de Economia, v. 60, n. 1, p. 87-107, 2006.

Apêndice

1. Famílias

A utilidade de uma família nascida no tempo K é representada pela seguinte equação:

$$U_K = \frac{1}{1 - \frac{1}{\gamma}} \sum_{j=1}^{68} \frac{p_{j,t} u_{j,t}^{\left(\frac{1-\frac{1}{\gamma}}{\gamma}\right)}}{(1+\beta)^{(j-1)}}, \text{ com } t = K + j \quad (1)$$

Os subscritos representam a geração j a qual pertence cada família no instante de tempo t . Os parâmetros γ e β representam, respectivamente, a elasticidade de substituição intertemporal e a taxa de desconto ou preferência pelo presente e $p_{j,t}$ é a probabilidade de manter-se vivo entre uma geração e outra, representando a incerteza quanto ao tempo de vida nas diferentes gerações. Note que U_K é a soma ponderada das utilidades $u_{j,t}$ da família que entra no mercado de trabalho no tempo K , ao longo da vida.

A utilidade da geração j no instante de tempo t é função: dos parâmetros α e ρ , que representam respectivamente a intensidade das preferências das famílias por lazer em relação ao consumo e a elasticidade de substituição intratemporal entre consumo ($c_{j,t}$) e lazer ($l_{j,t}$) per capita, de acordo com a equação a seguir:

$$u_{j,t} (c_{j,t}^{\left(\frac{1-\frac{1}{\rho}}{\rho}\right)} + \alpha l_{j,t}^{\left(\frac{1-\frac{1}{\rho}}{\rho}\right)})^{\frac{1}{\left(\frac{1-\frac{1}{\rho}}{\rho}\right)}} \quad (2)$$

A utilidade da economia em um determinado tempo t é dada por (note que $\beta = 0$

neste caso, pois as utilidades são somadas num mesmo instante do tempo):

$$U_t = \frac{1}{1 - \frac{1}{\gamma}} \sum_{j=1}^{68} p_{j,t} u_{j,t}^{(1-\frac{1}{\gamma})} \quad (3)$$

As equações (4) e (5) representam a acumulação de capital pelas famílias durante o período ativo e durante a aposentadoria, respectivamente. A expressão (6) representa a restrição orçamentária intertemporal das famílias, de maneira que $k_{69,t} = 0$.

$$k_{j+1,t+1} = [1 - \delta + r_t(1 - \tau_{kt})]k_{j,t} + W_t e_j (1 - l_{j,t})(1 - \tau_{lt} - \tau_{slt}) + tr_t - c_{j,t}(1 + \tau_{ct} + \tau_{sct}) \quad (4)$$

para $j \leq trab$

$$k_{j+1,t+1} = [1 - \delta + r_t(1 - \tau_{kt})]k_{j,t} + b_t + tr_t - c_{j,t}(1 + \tau_{ct} + \tau_{sct}), \text{ para } j > trab \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^{68} \frac{(1 + \tau_{ct} + \tau_{sct})c_{j,t}}{\prod_{m=1}^j [1 - \delta + r_m(1 - \tau_{kt})]} = \sum_{j=1}^{trab} \frac{W_t e_j (1 - l_{j,t})(1 - \tau_{lt} - \tau_{slt})}{\prod_{m=1}^j [1 - \delta + r_m(1 - \tau_{kt})]} + \sum_{j=trab+1}^{68} \frac{b_t}{\prod_{m=trab+1}^j [1 - \delta + r_m(1 - \tau_{kt})]} + \sum_{j=1}^{68} \frac{tr_t}{\prod_{m=1}^j [1 - \delta + r_m(1 - \tau_{kt})]}, \text{ com } t = K + j, \quad (6)$$

em que K é o período do nascimento.

Em que δ é a taxa de depreciação do capital, r_t é a taxa de juros real e W_t são os salários no tempo t . Os benefícios previdenciários e as transferências são dados por b_t e tr_t , respectivamente. O vetor e_j , constante no tempo, é o parâmetro que representa o nível de habilidade das famílias em diferentes gerações. As alíquotas tributárias são $\tau_{lt}, \tau_{ct}, \tau_{kt}, \tau_{slt}$ e τ_{sct} . Representam, respectivamente, as alíquotas sobre renda do trabalho, consumo, renda do capital e as contribuições previdenciárias sobre trabalho e consumo (esta última se deve às contribuições sobre bens e serviços¹⁶ e à contribuição das empresas optantes pelo Simples Nacional). O valor de $trab$ é igual ao número de anos que cada família trabalha até se aposentar. O valor utilizado para a calibragem é de $trab=34$.

Para a maximização da utilidade das famílias, define-se a variável auxiliar $w_{j,t}^*$, de acordo com a equação (7). O parâmetro $\mu_{j,t}$ tem origem na resolução do problema de maximização da utilidade¹⁷ e pode ser interpretado como o salário sombra da geração j no tempo t .

$$w_{j,t}^* = \frac{W_t e_j (1 - \tau_{lt} - \tau_{slt}) + \mu_{j,t}}{(1 + \tau_{ct} + \tau_{sct})} \quad (7)$$

As equações (8) a (12) são as condições de primeira ordem do problema de maximização da utilidade com relação a consumo e lazer.

$$\frac{c_{j,t}}{c_{j-1,t-1}} = \left(\frac{p_j (1 + \tau_{ct-1} + \tau_{sct-1}) [1 - \delta + r_t (1 - \tau_{kt})]}{(1 + \beta) p_{j-1} (1 + \tau_{ct} + \tau_{sct})} \right)^{\gamma} \left(\frac{1 + \alpha^{\rho} (w_{j-1,t-1}^*)^{1-\rho}}{1 + \alpha^{\rho} (w_{j,t}^*)^{1-\rho}} \right)^{\frac{\rho-\gamma}{\rho-1}} \quad (8)$$

para $j \leq trab$

¹⁶ Consideram-se como contribuições sobre bens e serviços as contribuições sobre o faturamento, devidas à desoneração da folha de pagamentos, o INSS-Comercialização da Produção Rural e o INSS-Clubes de Futebol, de acordo com classificação do estudo Carga Tributária no Brasil 2014.

¹⁷ Método dos multiplicadores de Lagrange.

$$\frac{c_{j,t}^{\frac{1}{\rho}}}{c_{j-1,t-1}^{\frac{1}{\gamma}}} \left(\frac{c_{j,t}^{\left(1-\frac{1}{\rho}\right)} + \alpha}{1 + \alpha^{\rho} (w_{j-1,t-1}^*)^{1-\rho}} \right)^{\frac{\rho-\gamma}{\gamma(\rho-1)}} = \frac{p_j(1 + \tau_{ct-1} + \tau_{sct-1})[1 - \delta + r_t(1 - \tau_{kt})]}{(1 + \beta)p_{j-1}(1 + \tau_{ct} + \tau_{sct})}, \quad (9)$$

para $j = trab + 1$

$$\left(\frac{c_{j,t}}{c_{j-1,t-1}} \right)^{\frac{1}{\rho}} \left(\frac{c_{j,t}^{\left(1-\frac{1}{\rho}\right)} + \alpha}{c_{j-1,t-1}^{\left(1-\frac{1}{\rho}\right)} + \alpha} \right)^{\frac{\rho-\gamma}{\gamma(\rho-1)}} = \frac{p_j(1 + \tau_{ct-1} + \tau_{sct-1})[1 - \delta + r_t(1 - \tau_{kt})]}{(1 + \beta)p_{j-1}(1 + \tau_{ct} + \tau_{sct})}, \quad (10)$$

para $j > trab + 1$

$$l_{j,t} = c_{j,t} \left(\frac{\alpha}{w_{j,t}^*} \right)^{\rho}, \text{ para } j \leq trab \quad (11)$$

$$l_{j,t} = 1, \text{ para } j > trab \quad (12)$$

2. Firms

A equação do produto das firmas é:

$$Y_t = AK_t^{\theta} L_t^{1-\theta} \quad (13)$$

Em que o parâmetro θ representa a participação do capital na função de produção, A é o parâmetro tecnológico e Y_t , K_t e L_t representam, respectivamente, o produto, capital e trabalho no tempo t .

O lucro das firmas é dado por (14). Da maximização do lucro com relação a L_t , a equação (15) é obtida. Do fato de que em economias competitivas o lucro das firmas no equilíbrio é zero advém a equação (16):

$$\pi_t = Y_t - W_t L_t - r_t K_t \quad (14)$$

$$W_t = (1 - \theta)A \left(\frac{K_t}{L_t} \right)^{\theta} = (1 - \theta) \frac{Y_t}{L_t} \quad (15)$$

$$r_t = \theta A \left(\frac{K_t}{L_t} \right)^{\theta-1} \quad (16)$$

3. Governo e previdência social

As duas equações seguintes representam a arrecadação do governo e a distribuição de suas despesas. $N_{j,t}$ representa a população da geração j no tempo t .

$$T_t = \sum_{j=1}^{trab} N_{j,t} W_t e_j (1 - l_{j,t}) (\tau_{lt} + \tau_{slt}) + \sum_{j=1}^{68} N_{j,t} c_{j,t} (\tau_{ct} + \tau_{sct}) + r_t K_t \tau_{kt} \quad (17)$$

$$T_t = G_t + Tr_t + Dprev_t \quad (18)$$

O valor total das transferências (Tr_t) é dado pela multiplicação das transferências a cada geração por sua respectiva população.

$$Tr_t = \sum_{j=1}^{68} N_{j,t} tr_t \quad (19)$$

A equação (20) apresenta o cálculo dos benefícios (b_t) e as equações (21) e (22) apresentam o cálculo da despesa e da arrecadação previdenciária.

$$b_t = \phi \sum_{j=1}^{trab} \left(\frac{W_{t-trab+j} e_j (1-l_{j,t-trab+j})}{trab} \right) \quad (20)$$

$$Dprev_t = \sum_{j=trab+1}^{68} N_{j,t} b_t \quad (21)$$

$$Tprev_t = \sum_{j=1}^{trab} N_{j,t} W_t e_j (1-l_{j,t}) (\tau_{slt}) + \sum_{j=1}^{66} N_{j,t} c_{j,t} (\tau_{sct}) \quad (22)$$

As transferências per capita podem ser obtidas pela combinação das equações (17) a (21), e são dadas pela seguinte expressão:

$$tr_t \left\{ \sum_{j=1}^{trab} N_{j,t} W_t e_j (1-l_{jt}) (\tau_{slt} + \tau_{sct}) + \sum_{j=1}^{68} N_{j,t} c_{j,t} (\tau_{ct} + \tau_{sct}) + r_t K_t \tau_{kt} - G_t \right. \\ \left. - \sum_{j=trab+1}^{68} N_{j,t} \left[\phi \sum_{j=1}^{trab} \left(\frac{W_{t-trab+j} e_j (1-l_{j,t-trab+j})}{trab} \right) \right] \right\} / \sum_{j=1}^{68} N_{j,t} \quad (23)$$

4. Equilíbrio de mercado

As equações (24) a (28) representam os equilíbrios para os mercados de bens e serviços, capital, consumo, trabalho e investimento (ou poupança), respectivamente. As variáveis C_t , I_t , S_t e L_t representam os agregados do consumo, investimento, poupança e trabalho, respectivamente. Como trabalhamos com a hipótese de economia fechada, os agregados poupança e investimento apresentam valores iguais. A equação (29) representa a dinâmica do investimento (ou poupança) *per capita*. A segunda igualdade da expressão (28) pode ser obtida multiplicando os $j=1,2,\dots,68$ elementos da equação (29), dado um instante de tempo t , por $N_{j,t}$ e realizando o somatório de ambos os lados.

$$Y_t = C_t + I_t + G_t \quad (24)$$

$$K_t = \sum_{j=1}^{68} N_{j,t} k_{j,t} \quad (25)$$

$$C_t = \sum_{j=1}^{68} N_{j,t} c_{j,t} \quad (26)$$

$$L_t = \sum_{j=1}^{trab} N_{j,t} e_j (1-l_{t,j}) \quad (27)$$

$$I_t = \sum_{j=1}^{68} N_{j,t} i_{j,t} \sum_{j=1}^{68} N_{j,t} k_{j+1,t+1} - (1-\delta) K_t = S_t \quad (28)$$

$$i_{j,t} = k_{j+1,t+1} - (1-\delta) k_{j,t} = s_{j,t} \quad (29)$$

5. Efeito sobre o bem-estar

O efeito de mudanças demográficas e de regras tributárias sobre a o bem-estar foi calculado de acordo com o conceito de variação compensada sobre consumo. A medida consiste em calcular quanto deve variar o consumo, de maneira que os indivíduos sob as novas regras ou nova demografia disponham do mesmo nível de satisfação que desfrutavam antes das mudanças, na situação atual. Para a utilidade *per capita*, por geração, o resultado é dado pelo negativo da solução em $d_{j,t}$ para a seguinte equação, que é derivada da expressão (2):

$$u_{j,0} = \left\{ [c_{j,t}(1 + d_{j,t})]^{\left(\frac{1-\frac{1}{\rho}}{\rho}\right)} + \alpha l_{j,t}^{\left(\frac{1-\frac{1}{\rho}}{\rho}\right)} \right\}^{\left(\frac{1}{1-\frac{1}{\rho}}\right)} \quad (30)$$

Desta forma, a seguinte expressão para $d_{j,t}$ pode ser obtida, para um dado tempo t :

$$d_{j,t} = - \left\{ \left[\frac{u_{j,0}^{\left(\frac{1-\frac{1}{\rho}}{\rho}\right)} - \alpha l_{j,t}^{\left(\frac{1-\frac{1}{\rho}}{\rho}\right)}}{c_{j,t}^{\left(\frac{1-\frac{1}{\rho}}{\rho}\right)}} \right]^{\left(\frac{1-\frac{1}{\rho}}{\rho}\right)} - 1 \right\} \quad (31)$$

A variação compensada da utilidade agregada, para um dado ano t , é dada pelo negativo da solução em D_t para a seguinte equação, derivada da expressão (3).

$$U_0 = \frac{1}{1 - \frac{1}{\gamma}} \sum_{j=1}^{68} p_{j,t} \left\{ [c_{j,t}(1 + D_t)]^{\left(\frac{1-\frac{1}{\rho}}{\rho}\right)} + \alpha l_{j,t}^{\left(\frac{1-\frac{1}{\rho}}{\rho}\right)} \right\}^{\left(\frac{1}{1-\frac{1}{\rho}}\right)} \quad (32)$$

A solução em D_t para a equação não linear acima é obtida por meio do algoritmo de Broyden (1965).

6. Solução do modelo

O sistema de equações (4) a (6) e (8) a (10) e as variáveis $c_{j,t}$, $k_{j,t}$ e W_t definem completamente a dinâmica do modelo. Desta forma, as demais variáveis podem ser obtidas após a resolução do sistema formado por $c_{j,t}$, $k_{j,t}$ e W_t .

Na resolução do modelo, são considerados constantes no tempo os parâmetros $A, \gamma, \rho, \alpha, \beta, \theta, \delta, f, e_j$, as alíquotas $\tau_{lt}, \tau_{slt}, \tau_{ct}, \tau_{set}, \tau_{kt}$ e para o gasto do Governo G_t , considera-se que ele cresce à mesma taxa do produto.

Para construir o sistema com base apenas em $c_{j,t}$, $k_{j,t}$ e W_t , substitui-se:

- a variável b_t , nas equações (4) a (6), pela expressão (20);
- a variável tr_t , nas equações (4) a (6), pela equação (23);
- A variável r_t , nas equações (4) a (6), (8) a (10) e (23), pela expressão da equação (16);
- A variável K_t , que aparece nas equações (15), (16) e (23), pela equação (25);
- A variável L_t , que aparece nas equações (15) e (16), pela equação (27);
- As variáveis $l_{j,t}$, das equações (4) a (6), (8) a (10), (17), (23) e (27), pela expressão (11).

7. Estado estacionário

O estado estacionário (EE) ocorre quando o crescimento das variáveis que definem o sistema é constante no tempo. No modelo, considera-se que o estado estacionário

é atingido quando o crescimento das variáveis é constante e igual a zero, o que leva à seguinte condição:

$$\frac{c_{j,t+1}}{c_{j,t}} = \frac{k_{t+1}}{k_t} = \frac{W_{t+1}}{W_t} = 1 \quad (33)$$

A solução deste sistema é calculada através do algoritmo de Broyden (1965), e dá a solução de estado estacionário inicial e final.