

Explorando a assimetria na dependência entre os índices da B3: Uma análise de cópula

Exploring asymmetry in dependence between B3 indexes: A copula analysis

Resumo: A pesquisa inovadora explorou a dependência assimétrica entre os índices do mercado brasileiro, desafiando a abordagem convencional de cópulas que tradicionalmente considera dependências simétricas entre variáveis aleatórias. Enquanto muitos estudos se concentram nessa perspectiva, este trabalho evidencia que a realidade muitas vezes apresenta padrões assimétricos, onde uma variável influencia a outra de maneiras distintas. Utilizando dados diários do Ibovespa e dos índices setoriais da B3, aplicamos o método inovador de cópula assimétrica desenvolvido por Junker, Griessenberger e Trutschnig (2021). Os resultados revelaram uma assimetria sutil na dependência contemporânea entre o Ibovespa e os índices setoriais da B3, indicando que a força da dependência do Ibovespa em relação aos setores da economia era ligeiramente superior à dependência inversa. Essas descobertas representam uma contribuição significativa para uma compreensão mais profunda da dinâmica de dependência nos dados do mercado financeiro brasileiro.

Palavras-chave: Dependência assimétrica; Cópula; Índices setoriais da B3; Ibovespa.

Abstract: *The innovative research explored asymmetric dependence among Brazilian market indices, challenging the conventional copula approach that traditionally assumes symmetric dependencies among random variables. While many studies focus on this perspective, this work highlights that reality often exhibits asymmetric patterns, where one variable influence another in distinct ways. Using daily data from the Ibovespa and sectoral indices of B3, we applied the innovative method of asymmetric copula developed by Junker, Griessenberger, and Trutschnig (2021). The results revealed subtle asymmetry in the contemporaneous dependence between the Ibovespa and B3 sectoral indices, indicating that the strength of dependence of the Ibovespa on economic sectors was slightly higher than the reverse dependence. These findings represent a significant contribution to a deeper understanding of dependency dynamics in Brazilian financial market data.*

Keywords: *Asymmetric dependence; Copula; B3 sector indices; Ibovespa.*

Classificação JEL: G11; G15; G17; C16.

Alexandra Kelly de Moraes¹

Paulo Sergio Ceretta²

Luiz Gonzaga de Castro Junior³

¹ Universidade Federal de Lavras.
E-mail: akmoraes.am@gmail.com

² Universidade Federal de Santa Maria.
E-mail: paulo.ceretta@ufsm.br

³ Universidade Federal de Lavras.
E-mail: lgcastro@ufla.br

1. Introdução

A escalada da tensão entre Rússia e Ucrânia em 24 de fevereiro de 2022 marcou um novo episódio de impacto global, vindo logo após as ondas de choque da pandemia da Covid-19 (WORLDBANK, 2022). Esses eventos não apenas aumentaram o risco geopolítico (GPR), mas também desencadearam uma série de turbulências nos mercados internacionais, incluindo o mercado financeiro brasileiro. Durante esse período de incertezas, o Ibovespa e outros índices da B3 foram afetados por uma variedade de fatores, como a volatilidade nos preços das *commodities* e as incertezas geopolíticas.

O confronto entre Rússia e Ucrânia reverberou diretamente nas cadeias globais de suprimentos, gerando interferências nos preços do petróleo bruto e de seus derivados, o que resultou em considerável volatilidade nos mercados internacionais. Essa volatilidade contribuiu para a elevação da inflação global, influenciando os preços dos fertilizantes e impactando as cotações internacionais das *commodities*, sobretudo nos grãos como trigo, milho e óleo de girassol (IPEA, 2022; WORLDBANK, 2022).

No primeiro semestre de 2022, a atividade comercial global desacelerou devido às interrupções contínuas nas cadeias de suprimentos, ainda impactadas pelos efeitos persistentes da Covid-19, incluindo bloqueios em centros-chave na China e disrupções nos principais portos asiáticos. Esses elementos contribuíram para instabilidades nos mercados financeiros, agravadas pelo aumento dos preços das *commodities* energéticas, alimentares e de fertilizantes, afetando diversos setores econômicos pelo mundo (UMAR et al., 2022; IPEA, 2022; WORLDBANK, 2022).

Apesar da ausência de perspectivas claras sobre o desfecho do conflito, a guerra entre Rússia e Ucrânia continua a exercer um impacto negativo nos principais mercados financeiros globais, despertando interesse acadêmico em sua análise. Estudos recentes, como os de Just e Echaust (2022), Umar et al. (2022) e Astrov et al. (2022), têm explorado os efeitos econômicos e humanitários do conflito, porém, há ainda uma lacuna de pesquisa empírica sobre a relação de dependência assimétrica entre variáveis financeiras durante esse período.

Este estudo se propõe a preencher essa lacuna ao investigar a dependência assimétrica entre os índices financeiros da B3, por meio do método de cópula assimétrica de Junker, Griessenberger e Trutschnig (2021). Os resultados esperados não apenas ampliarão a compreensão da dinâmica de dependência nos mercados financeiros brasileiros, mas também fornecerão informações relevantes para a gestão de riscos e a formulação de políticas econômicas.

A pesquisa analisará a dependência assimétrica entre as séries de retornos diários do índice da B3 e os índices setoriais no período de 2015 a 2022. O uso do método de cópula permitirá não só quantificar a dependência assimétrica, mas também estimar a relação direcional entre os índices da B3. Vale destacar que a aplicação do método de dependência assimétrica proposto por Junker, Griessenberger e Trutschnig (2021) é inovadora e carece de estudos empíricos, especialmente no contexto do mercado de capitais brasileiro.

2. Análise empírica da cópula: explorando fundamentos e correlações

O conceito de cópula desperta considerável interesse no campo das finanças, sendo amplamente utilizado para modelar a estrutura de dependência entre variáveis aleatórias. A aplicação de cópulas em séries temporais financeiras é relevante devido à sua capacidade de capturar dependências não-lineares e não-normais, comumente presentes em dados financeiros (KUMAR et al., 2021; WANG et al., 2022).

As cópulas fornecem uma estrutura flexível e poderosa para apreender dependências complexas que não são adequadamente capturadas pelas medidas de correlação tradicionais (Ji et al., 2020; HAN; WANG, 2022). Uma abordagem destacada na modelagem de cópulas é a cópula assimétrica, permitindo diferentes características de dependência da cauda para eventos extremos na distribuição conjunta das variáveis (JUNKER, GRIESENBERGER; TRUTSCHNIG, 2021).

Pesquisas sobre a dependência dinâmica entre variáveis financeiras têm sido exploradas em diversos estudos utilizando diferentes técnicas de cópula, permitindo uma análise mais detalhada da interdependência entre essas variáveis. Por exemplo, Wang et al. (2022) investigaram a influência assimétrica entre os mercados de ações e criptomoedas, descobrindo um contágio significativo entre esses mercados, com efeitos mais pronunciados em cenários de queda. Ji et al. (2020) analisaram a relação dinâmica e o risco de transbordamento entre os retornos das ações dos países do BRICS e diferentes tipos de choques de petróleo, identificando variações na dependência ao longo do tempo, dependendo do tipo de choque no mercado de petróleo.

Becker, Proksch e Ringle (2022) exploraram o uso da cópula gaussiana sem variáveis instrumentais em modelos de regressão não experimentais, destacando vies e preocupações com poder estatístico em amostras menores e quando pressupostos não são plenamente atendidos. Han e Wang (2022) desenvolveram um método semi-paramétrico inovador para otimização de carteiras estressadas, onde a cópula desempenha um papel central, contribuindo para a gestão de riscos financeiros. Kumar et al. (2021) examinaram o vínculo entre energia e alimentos usando o modelo de cópula de comutação de dependência, revelando uma significativa dependência entre os mercados de petróleo e *commodities* agrícolas durante períodos de crise.

Chaos (2021) mergulhou na intrincada trama de dependência entre os setores imobiliário e bancário na China, revelando efeitos de transbordamento de risco entre essas esferas, sobretudo em momentos de crise financeira. Já Bouri et al. (2021) desvendaram indícios de previsibilidade nos retornos do Bitcoin em *quantis* extremos, ressaltando que essa previsibilidade é positiva em níveis baixos de aversão ao risco, mas se torna negativa em patamares mais altos, indicando uma menor probabilidade de grandes ganhos para o Bitcoin em períodos de alta aversão ao risco.

Em uma abordagem inovadora, Chen et al. (2021) propuseram uma nova medida de associação local baseada em *quantis* e um modelo de regressão de associação *quantílica* condicional, revelando uma relação intrincada entre essa medida de associação *quantílica* e a cópula condicional. Através de simulações, demonstraram um desempenho sólido desses procedimentos de inferência, ao mesmo tempo que identificaram efeitos variáveis do escore basal de gravidade da degeneração macular relacionada à idade (DMRI) na associação local entre dois momentos de progressão da doença.

Guo e Zhou (2021) alertaram para a fragilidade do mercado financeiro global em situações de desastres raros, como a pandemia da Covid-19, destacando os títulos verdes como uma ferramenta fundamental de proteção contra riscos climáticos, financeiros e eventos extremos, especialmente nos mercados cambiais. Por sua vez, Dai, Zhu e Zhang (2022) se debruçaram sobre os efeitos de transbordamento da volatilidade e as relações dinâmicas entre o petróleo bruto WTI, o ouro e os mercados acionários chineses, constatando uma interdependência elevada entre todos os ativos analisados, com um aumento significativo no *spillover* de volatilidade total durante grandes crises.

Yamaka et al. (2022) investigaram a relação entre taxas de câmbio e preços de imóveis em um contexto de mercado de *boom-and-bust*, identificando causalidades diferenciadas das variáveis entre *quantis* extremos e o *quantil* mediano, além de medir a dependência da cauda através da causalidade de Granger e correlação condicional dinâmica (DCC) da cópula GARCH. A partir da cópula, observaram uma forte dependência

de cauda variável no tempo entre essas variáveis. Kim et al. (2022), por sua vez, examinaram a estrutura de dependência entre a demanda de eletricidade industrial e indicadores financeiros na Coreia, destacando uma extrema dependência de cauda entre certos indicadores financeiros e a demanda de eletricidade, com o KOSPI demonstrando a maior precisão de previsão.

Coronado, Martinez e Romero-Meza (2022) adentraram na causalidade do *Infectious Disease Equity Market Volatility Tracker* (EMV-ID) na volatilidade dos mercados latino-americanos, concluindo que o EMV-ID exerce uma influência significativa na volatilidade dos mercados acionários e de bolsas da região. Esses resultados sublinham a relevância do EMV-ID na análise dos mercados financeiros, incluindo seu poder preditivo sobre a volatilidade do preço do petróleo e sua relação com outros ativos financeiros.

A investigação da dinâmica de dependência entre variáveis financeiras por meio de técnicas de cópula revela informações fascinantes para a compreensão e gestão dos riscos nos mercados financeiros. Estudos recentes evidenciam que fatores diversos, como choques econômicos, eventos extremos e mudanças nas condições de mercado, influenciam a interligação entre ativos financeiros de forma complexa e mutável ao longo do tempo. Nesse sentido, a assimetria na dependência entre variáveis aleatórias tem sido cada vez mais reconhecida, conforme destacado por Bárdossy e Hörning (2017) e Al-Sadoon (2019).

A abordagem, aliada ao método do Coeficiente de Informação Máxima (MIC) proposto por Reshef et al. (2018), fornece um arcabouço sólido para analisar a dependência entre variáveis contínuas, considerando aspectos essenciais como normalização, assimetria, independência, dependência completa e invariância de escala. Ao empregar essas métricas, os pesquisadores podem obter uma compreensão mais refinada da interação entre diferentes ativos financeiros, contribuindo para estratégias mais eficazes de gerenciamento de risco e tomada de decisão nos mercados financeiros.

A pesquisa de Reshef et al. (2018) sobre o MIC ressalta que o método atribui dependência máxima para (X, Y) se Y for uma função mensurável de X ou vice-versa, resultando em $MIC(X, Y) = MIC(Y, X) = 1$. Essa abordagem estabelece duas medidas, m , que quantificam a dependência de todos os pares de variáveis aleatórias contínuas (X, Y) , atendendo a requisitos naturais como normalização, assimetria, independência, dependência completa e invariância de escala.

Nesse contexto, a proposta de Junker, Griessenberger e Trutschnig (2021) para uma medida de dependência baseada em cópula que quantifica a assimetria é relevante. Essa medida, representada por ζ_1 , sensível ao ruído nos dados, consegue detectar e quantificar a assimetria na dependência, proporcionando uma compreensão mais completa das relações entre as variáveis financeiras. Junker, Griessenberger e Trutschnig (2021) aprimoram esse trabalho ao introduzir a medida ζ_1 , baseada em uma medida de dependência de regressão previamente proposta. Essa medida, sensível à assimetria, é calculada a partir do Kernel de Markov da cópula subjacente ao par de variáveis, fornecendo uma distância entre essa cópula e a cópula do produto que descreve a independência. O estimador ζ_1^n derivado desta medida, baseado em cópula empírica, é consistente em plena generalidade, sem necessidade de suposições de suavidade na cópula subjacente (JUNKER; GRIESSENBERGER; TRUTSCHNIG, 2021).

A assimetria na dependência entre variáveis financeiras pode oferecer uma contribuição valiosa para pesquisadores, investidores e gestores de risco, permitindo uma compreensão mais precisa dos padrões de comportamento dos ativos e das interações entre diferentes classes de ativos. Assim, a utilização da cópula assimétrica pode ser fundamental para o desenvolvimento de estratégias de investimento mais sólidas e eficazes, auxiliando na mitigação de riscos e na maximização de retornos no mercado financeiro.

Ao aplicar a cópula assimétrica em um cenário específico, é possível analisar de forma mais precisa e detalhada a relação entre diferentes variáveis financeiras, levando em consideração nuances e características exclusivas do mercado. Dessa maneira, a metodologia adotada nesta pesquisa integrou a teoria da cópula assimétrica com os dados disponíveis sobre o mercado financeiro brasileiro, permitindo uma análise aprofundada da dependência entre os ativos e a identificação de padrões de comportamento distintos.

3. Metodologia e dados da pesquisa

O modelo de cópula assimétrica, uma abordagem inovadora ainda recente na literatura, destaca-se nesta investigação por sua ênfase na dependência assimétrica entre variáveis. Onde a medida de dependência ($q = \zeta_1^n$) entre as variáveis aleatórias reduz o ruído, independentemente da relação funcional entre X e Y (JUNKER; GRIESSENBERGER; TRUTSCHNIG, 2021). Sua aplicação aos índices da B3 é fundamental para capturar a dependência em uma variedade de cenários, reduzindo o ruído e proporcionando *insights* valiosos, independentemente da relação funcional entre as variáveis X e Y .

Para aprofundar nesse conceito, é essencial apresentar a descrição do método de cópula assimétrica proposto por Junker, Griessenberger e Trutschnig (2021) e os dados dos índices da B3. Enquanto medidas clássicas de dependência, como o coeficiente de Pearson (r), a correlação de Spearman (ρ) ou o coeficiente de Kendall (τ), são limitadas a situações específicas, como linearidade, monotonicidade ou concordância, resultando em uma abordagem simétrica e bidirecional.

A complexidade e abrangência do método de cópula assimétrica demandam uma breve explicação da notação utilizada, fornecendo assim uma base sólida para a análise mais aprofundada da dependência assimétrica entre os índices da B3.

3.1. Notação

Inicialmente, define-se $\mathbb{R}$ como simbolizando os números reais, $\mathbb{N}$ como os números naturais e $\mathcal{C}$ como a família de todas as cópulas bidimensionais. Na prática, para cada cópula $A \in \mathcal{C}$, a medida duplamente estocástica correspondente será denotada por μ_A . Além disso, $d_\infty(A, B)$ simbolizará métrica uniforme em $\mathcal{C}$, ou seja, $d_\infty(A, B) := \max_{(x,y) \in [0,1]^2} |A(x, y) - B(x, y)|$. A denotação $(\mathcal{C}, d_\infty)$, refere-se ao espaço métrico compacto. Assim, para cada espaço métrico (Ω, d) , o campo σ de Borel será denotado por $\mathcal{B}(\Omega)$ e λ a medida de Lebesgue em $\mathcal{B}([0,1])$ (JUNKER; GRIESSENBERGER; TRUTSCHNIG, 2021).

Conforme descrito por Junker, Griessenberger e Trutschnig (2021), um mapeamento $K : \mathbb{R} \times \mathcal{B}(\mathbb{R}) \rightarrow [0,1]$ é definido como núcleo de Markov de $\mathbb{R}$ para $\mathcal{B}(\mathbb{R})$ se $x \mapsto K(x, B)$ é mensurável para todo fixo $B \in \mathcal{B}(\mathbb{R})$ e $B \mapsto K(x, B)$ é uma medida de probabilidade para cada fixo $x \in \mathbb{R}$. O núcleo de Markov $K : \mathbb{R} \times \mathcal{B}(\mathbb{R}) \rightarrow [0,1]$ é chamado de distribuição condicional regular de uma variável aleatória (valor real) Y dado (outra variável aleatória) X se para todo $B \in \mathcal{B}(\mathbb{R})$, $K(X(\omega), B) = E(1_B \circ Y | X)(\omega)$, onde $1_B(x)$ denota a função indicadora.

Para cada $A \in \mathcal{C}$, a distribuição condicional regular correspondente (ou seja, a distribuição condicional regular de Y dado X no caso em que $(X, Y) \sim A$) será denotado por K_A (JUNKER; GRIESSENBERGER; TRUTSCHNIG, 2021). Assim, para todo $A \in \mathcal{C}$ o conjunto de Borel $E, F \in \mathcal{B}([0,1])$ tem-se a Equação (1)

$$\int_E K_A(x, F) d\lambda(x) = \mu_A(E \times F) \quad (1)$$

Dessa forma, é possível obter estimativas das métricas D_1 e D_∞ conforme descrito nas Equação (2) e (3).

$$D_1(A, B) := \int_{[0,1]} \int_{[0,1]} \underbrace{|K_A(x, [0, y]) - K_B(x, [0, y])|}_{=: \Phi_{A,B}(y)} d\lambda(x) d\lambda(y), \quad (2)$$

$$D_\infty(A, B) := \sup \Phi_{A,B}(y). \quad (3)$$

Conforme Trutschnig (2011), a função $\Phi_{A,B} : [0,1] \rightarrow [0,1]$, onde ambas as métricas Lipschitz-Contínuas com uma constante Lipschitz de 2, proporcionam a mesma topologia, embora não sejam equivalentes. O espaço métrico resultante (C, D_1) é completo e separável, e pode-se mostrar que, em primeiro lugar, $D_1(A, \Pi)$ atinge apenas valores em $[0, 1/3]$. Em segundo lugar, $D_1(A, \Pi)$ é máximo se e somente se A é completamente dependente, o que significa que uma transformação de preservação de λ , $h : [0,1] \rightarrow [0,1]$, existe tal que $K_A(x, \{h(x)\}) = 1$ para quase todo $\lambda - a.e. x \in [0,1]$. Sendo C_d representa a família de todas as cópulas completamente dependentes, A_h e $K_h(\cdot, \cdot)$ denotam a cópula completamente dependente e o núcleo de Markov correspondente pela transformação preservadora de λ , h , respectivamente (TRUTSCHNIG, 2011). De acordo com Junker, Griessenberger e Trutschnig (2021), para a definição de medida de dependência ζ_1 , preenchendo (R1) - (R5), introduz-se a noção de dependência assimétrica.

Supondo que X e Y sejam variáveis aleatórias contínuas com função de distribuição conjunta H e cópula A . Então, a medida de dependência ζ_1 é definida como $\zeta_1(X, Y) = \zeta_1(A) : \mathcal{D}_1(A, \Pi)$. A medida induzida de dependência α é dada por $\alpha(X, Y) = \alpha(A) := \zeta_1(A') \in (-1, 1)$. Onde A' denota a transposta de A , ou seja, $A'(x, y)$ para todo $x, y \in [0,1]$. A medida de dependência α quantifica se o conhecimento de X aumenta em média a previsibilidade de Y mais do que o aumento da previsibilidade de X pelo conhecimento de Y . No entanto, ela não fornece informações sobre as distâncias $D_\infty(A, A')$ ou $D_1(A, A')$.

3.2. Medida de dependência com base em cópula assimétrica

As cópulas, funções de distribuição bivariadas com marginais univariadas uniformemente distribuídas (JUNKER; GRIESSENBERGER; TRUTSCHNIG, 2021), desempenham um papel fundamental na captura de dependências entre variáveis aleatórias. Não apenas são capazes de capturar toda a dependência invariante de escala entre pares de variáveis (NELSEN, 2007; GRIESSENBERGER; TRUTSCHNIG; JUNKER, 2022), mas também fornecem uma medida valiosa dessa dependência de X e Y .

A medida de dependência com base em cópula assimétrica avalia a distância entre a distribuição condicional da cópula subjacente e a independência do vetor aleatório (X, Y) (TRUTSCHNIG, 2011; JUNKER; GRIESSENBERGER; TRUTSCHNIG, 2021). Isso permite discernir entre dependência completa (ou seja, Y é uma função de X) e independência. A abordagem via $qad(\cdot)$, conforme originalmente desenvolvida para amostras independentes e identicamente distribuídas (iid) por Trutschnig (2011), é especialmente relevante neste contexto, pois possibilita uma análise robusta da dependência. A estimativa dessa medida envolve um processo que calcula postos normalizados da amostra bidimensional, seguido pela agregação da cópula empírica quadriculada, considerando a resolução proporcional ao tamanho da amostra (JUNKER; GRIESSENBERGER; TRUTSCHNIG, 2021).

Segundo Junker, Griessenberger e Trutschnig (2021), a medida de dependência

baseada em cópula assimétrica é estimada da seguinte forma: primeiramente, são calculados os postos normalizados da amostra bidimensional $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ de tamanho n do vetor aleatório (X, Y) , ou seja, os valores são obtidos na forma $(i/n, j/n)$ para $i, j \in (1, \dots, n)$. Em seguida, a cópula empírica é agregada à cópula empírica quadriculada.

Dessa forma, as massas dos pequenos quadrados (cópula empírica) são somadas aos quadrados $N \times N$ maiores, onde a resolução N depende do tamanho da amostra n . Na cópula empírica quadriculada, a resolução da cópula é proporcional à raiz quadrada do tamanho da amostra; assim, como para qualquer método estatístico, os resultados da cópula assimétrica tornam-se mais confiáveis à medida que o tamanho da amostra aumenta (JUNKER; GRIESSENBERGER; TRUTSCHNIG, 2021).

Portanto, a confiabilidade dos resultados da cópula assimétrica aumenta com o tamanho da amostra, sendo recomendado um tamanho mínimo para garantir resultados robustos ($n \geq 16$, resultando em $N = 4$). A comparação das funções de distribuição condicional com a distribuição uniforme resulta na quantificação da influência de X em Y e vice-versa (GRIESSENBERGER; TRUTSCHNIG; JUNKER, 2022). Essa análise fornece valores de dependência direcionados, indicando associações fortes ou fracas entre as variáveis estudadas.

Em relação, as funções de distribuição condicional da cópula quadriculada são comparadas com a função de distribuição da distribuição uniforme no intervalo unitário (no sentido de que a área entre os gráficos é calculada) (GRIESSENBERGER; TRUTSCHNIG; JUNKER, 2022). Esta etapa é realizada tanto para as tiras verticais (para calcular a influência de X em Y) quanto para as tiras horizontais (para a influência de Y em X).

Calculando a soma de todas as áreas e normalizando apropriadamente com a constante 3 produz os dois valores de dependência baseada em cópula assimétrica direcionados $q(X, Y) \in [0, 1]$, quantificando a influência de X em Y e $q(Y, X) \in [0, 1]$, denotando a influência de Y em X . Assim, os valores altos indicam associações fortes, enquanto valores baixos descrevem variáveis aleatórias fracamente dependentes (GRIESSENBERGER; TRUTSCHNIG; JUNKER, 2022).

É relevante destacar que os valores baixos apontam para independência, desde modo, realiza-se um teste de permutação para obter um p -valor para $q(X, Y)$ e $q(Y, X)$, no teste de independência, ou seja, testando a hipótese $H_0: q(X, Y) = 0 = q(Y, X)$. Assim, quando é estimado $q(X, Y) > q(Y, X)$, a dependência baseada em cópula assimétrica informa que a variável X fornece mais informações sobre a variável Y do que vice-versa, na direção oposta (GRIESSENBERGER; TRUTSCHNIG; JUNKER, 2022). Essas informações também são reunidas na medida assimétrica, que é calculada como $a(X, Y) := q(X, 0) - q(Y, X)$, portanto, com valores dentro do intervalo $(-1, 1)$.

A medida assimétrica resultante, calculada como a diferença entre as dependências direcionais, oferece informações adicionais sobre a relação entre as variáveis (GRIESSENBERGER; TRUTSCHNIG; JUNKER, 2022). Além disso, a utilização de testes de permutação para avaliar a independência das variáveis fornece informações relevantes sobre a direcionalidade da dependência. Essa análise ampla e detalhada permite uma compreensão abrangente das relações entre as variáveis investigadas, contribuindo significativamente para a pesquisa em cópulas assimétricas e suas aplicações. Além disso, as análises realizadas neste estudo foram conduzidas utilizando o *software R* (R CORE TEAM, 2023) em conjunto com o ambiente de desenvolvimento integrado *RStudio* (RSTUDIO TEAM, 2023).

3.3. Dados da pesquisa

Neste estudo, adotou-se uma abordagem analítica sofisticada, utilizando séries de retornos diários do índice da B3 e de índices setoriais, abrangendo o período de janeiro

de 2015 a maio de 2022. Os dados foram coletados de fontes renomadas, incluindo a Economatica, o que garante a solidez e confiabilidade da análise.

A pesquisa concentrou-se na detecção e compreensão da dependência assimétrica presente nessas séries de retornos. Utilizando a metodologia da cópula assimétrica proposta por Junker, Griessenberger e Trutschnig em 2021, explorou-se as interconexões entre o índice da B3 e os índices setoriais, buscando informações sobre a dinâmica dos mercados financeiros brasileiros.

A amostra do estudo inclui o Ibovespa e sete indicadores de desempenho setorial da B3 (ver Quadro 1), expressados em dólares americanos, totalizando 1816 observações para cada variável ao longo do tempo. Esta análise empírica visa avaliar como a dependência assimétrica influencia as relações entre os índices setoriais e o Ibovespa, proporcionando uma visão abrangente do cenário financeiro nacional.

Quadro 1 - Descrição dos índices de segmentos setoriais da B3 e Ibovespa.

Índices	Breve descrição
Utilidade Pública (UTIL)	É um indicador do desempenho médio das cotações dos ativos de maior negociabilidade e representatividade do setor de Utilidade Pública (energia elétrica, água e saneamento e gás).
Materiais Básicos (IMAT)	É um indicador do desempenho médio das cotações dos ativos de maior negociabilidade e representatividade do setor de Materiais Básicos (matérias-primas para construção, siderurgia, metalurgia e infraestrutura).
Consumo (ICON)	É um indicador do desempenho médio das cotações dos ativos de maior negociabilidade e representatividade dos setores de consumo cíclico, consumo não cíclico e saúde.
Energia Elétrica (IEE)	É um indicador do desempenho médio das cotações dos ativos de maior negociabilidade e representatividade do setor de Energia Elétrica.
Industrial (INDX)	É um indicador do desempenho médio das cotações dos ativos de maior negociabilidade e representatividade dos setores da atividade industrial compreendidos por materiais básicos, bens industriais, consumo cíclico, consumo não cíclico, tecnologia da informação e saúde.
Imobiliário (IMOB)	É um indicador do desempenho médio das cotações dos ativos de maior negociabilidade e representatividade dos setores da atividade imobiliária compreendidos por exploração de imóveis e construção civil.
Financeiro (IFNC)	É um indicador do desempenho médio das cotações dos ativos de maior negociabilidade e representatividade dos setores de intermediários financeiros, serviços financeiros diversos, previdência e seguros.
Ibovespa	É o principal indicador de desempenho das ações negociadas na B3 e reúne as empresas mais importantes do mercado de capitais brasileiro.

Nota: Adaptado dos Índices de Segmentos e Setoriais da B3 (2022).

Fonte: https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/indices/indices-de-segmentos-e-setoriais/

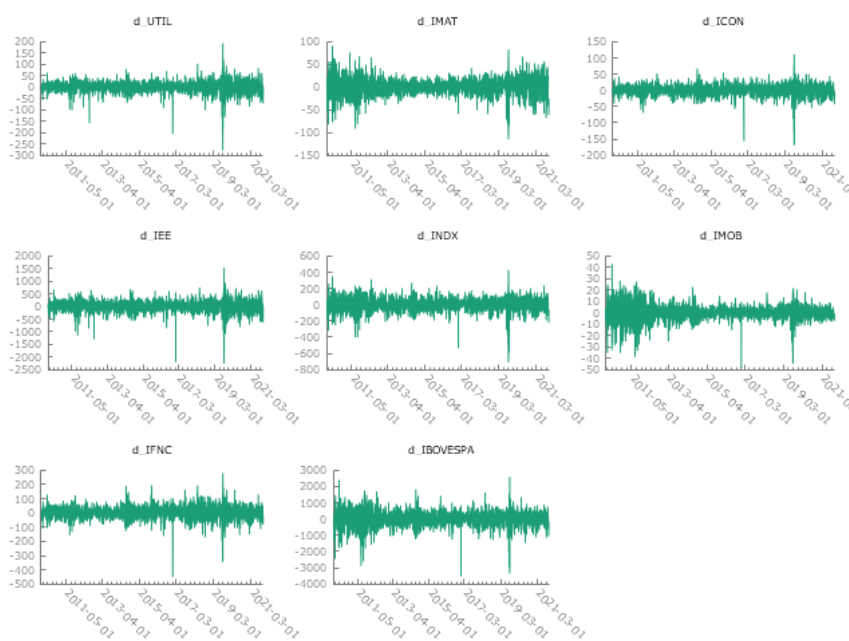
4. Análise da dependência assimétrica entre índices setoriais e o Ibovespa

A análise dos retornos dos índices da B3 ao longo do tempo oferece informações

relevantes sobre o comportamento dos mercados financeiros. A Figura 1 ilustra claramente essa dinâmica, permitindo visualização dos retornos do Ibovespa e dos Índices Setoriais da B3, além de identificar padrões de volatilidade que são essenciais para compreender os impactos de eventos econômicos e políticos nos preços dos ativos.

Destacam-se três pontos importantes. Primeiramente, os índices apresentaram significativa volatilidade durante o período estudado, refletindo flutuações associadas a eventos internos e externos, como observado no Ibovespa. Em segundo lugar, setores específicos, como UTIL e IMOB, apresentaram sensibilidade variável às condições macroeconômicas. Por fim, o índice IMAT apresentou oscilações pronunciadas, influenciadas pelas dinâmicas globais de oferta e demanda. Esses resultados evidenciam os impactos distintos de políticas governamentais e mudanças no cenário econômico global.

Figura 1 - Análise temporal dos retornos da Ibovespa e dos índices setoriais da B3.



Fonte: Elaborado pelos autores a partir dos Dados da Pesquisa (2022).

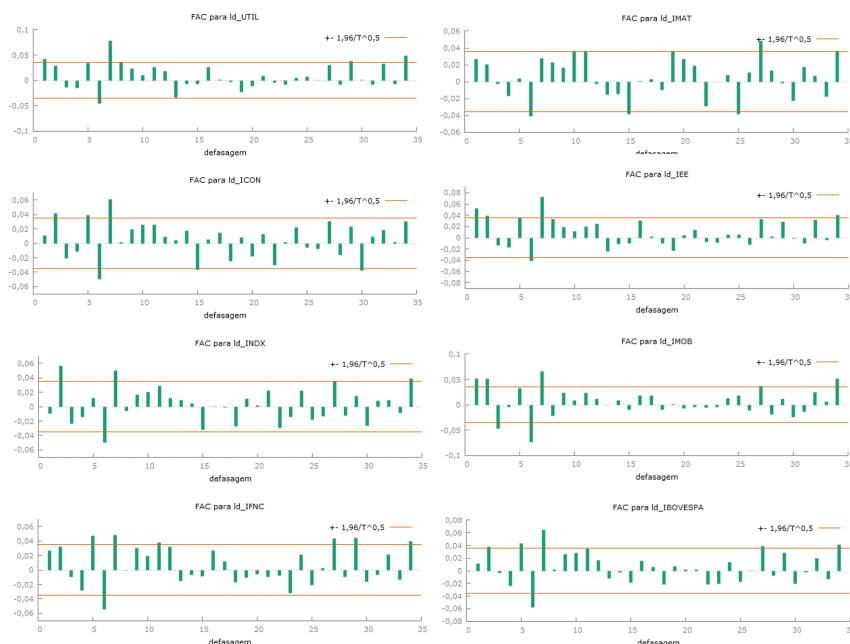
Após identificar a volatilidade e os padrões de comportamento dos retornos, é fundamental aprofundar a análise da dependência temporal dessas séries. A Figura 2 apresenta gráficos de autocorrelação dos retornos do Ibovespa e dos Índices Setoriais da B3, permitindo a avaliação da persistência e da correlação entre os retornos em diferentes momentos. Esses gráficos oferecem uma visão detalhada da estrutura de dependência entre os períodos, sendo essenciais para compreender a dinâmica dos retornos e os padrões de memória.

A autocorrelação dos índices de mercado, que inclui UTIL, IMAT e ICON, é destacada nos gráficos correspondentes, mostrando as funções de autocorrelação (FAC) para diversos *lags*, acompanhadas das estatísticas *Q* e valores de *p*. Essa análise proporciona *insights* sobre a dinâmica de cada índice ao longo do tempo, incluindo o Ibovespa.

Os resultados para o índice UTIL indicam uma autocorrelação positiva significativa para o primeiro *lag* (FAC = 0,0426, $p < 0,05$), sugerindo que os retornos tendem a se

repetir em períodos subsequentes. A autocorrelação é acentuada no *lag* 7 (FAC = 0,0778, $p < 0,001$), evidenciando forte persistência. A partir do *lag* 6, a autocorrelação se torna negativa (-0,0459, $p < 0,01$), indicando um possível efeito de reversão à média. Embora algumas autocorrelações positivas sejam observadas em *lags* posteriores, seus efeitos são menos significativos, culminando em um valor de FAC de 0,0482 no *lag* 34 ($p < 0,001$).

Figura 2 - Análise da autocorrelação dos retornos da Ibovespa e dos índices setoriais da B3.



Nota: Função de autocorrelação dos retornos da Ibovespa e dos índices setoriais da B3, ***, **, * indicam significância aos níveis de 1%, 5% e 10% usando erro padrão $1/T^{0,5}$.
Fonte: Elaborado pelos autores a partir dos Dados da Pesquisa (2022).

Para o índice IMAT, a autocorrelação positiva significativa é observada apenas a partir do *lag* 10 (FAC = 0,0368, $p < 0,05$). O *lag* 27 apresenta a maior autocorrelação (FAC = 0,0484, $p < 0,01$), mas a maioria dos *lags* revela autocorrelações não significativas, sugerindo menor persistência nos retornos em comparação ao índice UTIL. Oscilações nos retornos são indicadas por *lags* negativos em vários pontos.

A análise do índice ICON revela autocorrelações positivas significativas nos primeiros *lags*, especialmente no *lag* 2 (FAC = 0,0415, $p < 0,1$) e no *lag* 5 (FAC = 0,0392, $p < 0,05$). Contudo, as autocorrelações tornam-se mais expressivas e negativas nos *lags* 6 e 30, apresentando FAC de -0,0500 ($p < 0,001$) e -0,0373 ($p < 0,01$), respectivamente. Essa reversão pode indicar um padrão cíclico, onde retornos positivos são seguidos por retornos negativos.

Os resultados do Ibovespa, juntamente com os índices setoriais, reforçam que a dinâmica do mercado é influenciada por diversos fatores. A autocorrelação positiva nos primeiros *lags* sugere que, em períodos de alta, os retornos tendem a continuar positivos, enquanto a reversão em *lags* subsequentes pode indicar uma correção de preços. Essa interação entre os índices destaca a interdependência no mercado, onde movimentos em um índice podem afetar o comportamento de outros, influenciando as decisões dos investidores.

Além disso, estes resultados sugerem a presença de persistência nos retornos, especialmente no índice UTIL, onde a autocorrelação positiva é mais pronunciada

nos *lags* iniciais. Em contrapartida, os índices IMAT e ICON exibem uma dinâmica mais complexa, caracterizada por oscilações e reversões que podem impactar decisões de investimento e estratégias de gerenciamento de risco. A análise de autocorrelação, portanto, contribui para uma compreensão mais profunda das interações no mercado, auxiliando investidores na formulação de estratégias mais informadas.

Para complementar a análise temporal dos retornos do Ibovespa e dos Índices Setoriais da B3, a Tabela 1 mostra a análise estatística descritiva das séries diárias do Ibovespa e dos índices setoriais da B3. Essa análise proporciona achados interessantes sobre a volatilidade e as variações percentuais diárias observadas ao longo do estudo.

Tabela 1 - Estatísticas descritivas da primeira diferença dos valores em logaritmos dos índices setoriais da B3

Estatísticas	Índice	Índices setoriais						
		UTIL	IMAT	ICON	IEE	INDX	IMOB	IFNC
Observações	1816	1816	1816	1816	1816	1816	1816	1816
Mínimo	-20,38	-18,98	-21,59	-21,97	-19,04	-22,72	-23,82	-20,71
Máximo	16,08	13,49	16,02	14,34	11,67	14,31	14,56	15,09
Média	0,01	0,03	0,04	-0,02	0,03	-0,01	-0,02	0
Desvio Padrão	2,22	2,16	2,29	2,15	2	1,94	2,71	2,47
Assimetria	-1,06	-1	-0,86	-1,43	-1,12	-1,86	-1,16	-0,62
Curtose	12,72	9,87	9,69	15,53	10,69	22,39	12,19	8,58
P-valor	0	0	0	0	0	0	0	0

Nota: Os retornos foram analisados através da primeira diferença dos logaritmos dos preços: $r_{it} = [\log(p_{it}) - \log(p_{it-1})] * 100$. Os p-valores reportados neste estudo foram calculados utilizando o método de permutação, que é uma abordagem estatística robusta para testar a significância estatística das correlações observadas entre o Ibovespa e os índices setoriais (UTIL, IMAT, ICON, IEE, INDX, IMOB, IFNC).

Fonte: Elaborado pelos autores a partir dos Dados da Pesquisa (2022).

Os valores mínimo e máximo dos índices refletem a amplitude das flutuações de mercado em cada setor específico e no mercado de ações como um todo, destacando a relevância dos dados. Por exemplo, o IFNC exibiu volatilidade significativa no setor financeiro, enquanto o UTIL demonstrou maior estabilidade em comparação com outros setores e o próprio Ibovespa. Essas observações são fundamentais para compreender o comportamento de diferentes segmentos da economia em relação ao mercado de ações.

A média dos índices setoriais e do Ibovespa oferece uma visão abrangente do desempenho médio desses mercados ao longo do período analisado. Enquanto a média do Ibovespa indica um equilíbrio relativo entre ganhos e perdas, há disparidades notáveis entre os setores individuais. Os setores ICON, IMAT e IFNC apresentaram médias positivas, indicando um desempenho superior ao mercado de ações como um todo, enquanto IEE e IMOB exibiram médias negativas, sinalizando um desempenho inferior.

O desvio padrão dos índices setoriais e do Ibovespa fornece uma medida relevante da dispersão dos retornos em relação à média durante o período analisado. Os setores IFNC, IMOB e UTIL apresentaram desvios padrão relativamente elevados, refletindo uma considerável variabilidade nos retornos ao longo do tempo, indicando uma maior suscetibilidade a flutuações significativas no mercado. Em contrapartida, os setores ICON, IMAT e IEE exibiram desvios padrão mais contidos, sugerindo uma menor variabilidade nos retornos.

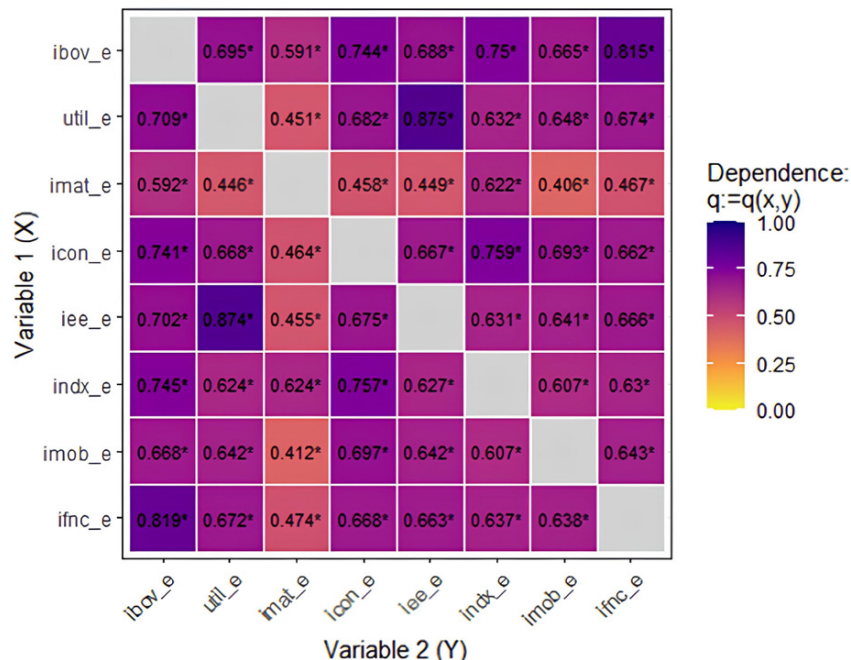
A assimetria e a curtose são métricas essenciais para entender a distribuição dos

retornos dos índices setoriais e do Ibovespa. A assimetria indica a falta de simetria na distribuição, enquanto a curtose mensura o grau de peso nas caudas. Observou-se assimetria negativa em setores como IMOB e UTIL, indicando uma distribuição com cauda mais robusta para retornos negativos, possivelmente associada à sensibilidade desses setores a eventos adversos. Em contraste, setores como ICON e IMAT revelaram assimetria positiva, sugerindo uma tendência de retornos positivos.

Quanto à curtose, valores mais elevados foram encontrados em setores como IMOB e IFNC, indicando distribuições com caudas mais pronunciadas e uma maior probabilidade de ocorrência de retornos extremos. Essas métricas são fundamentais para uma análise detalhada da distribuição dos retornos e dos riscos associado aos investimentos em diferentes setores do mercado financeiro. Além disso, os *p-valores* reportados como 0,00 fornecem forte evidência estatística contra a hipótese nula de independência entre o Ibovespa e os índices setoriais (UTIL, IMAT, ICON, IEE, INDX, IMOB, IFNC), corroborando a presença de correlações significativas. Isso é relevante para investidores e analistas que buscam compreender as interações entre o mercado amplo e seus segmentos individuais.

Em suma, a análise estatística descritiva revelou informações detalhadas sobre as características das séries diárias do Ibovespa e dos índices setoriais da B3, fornecendo uma base sólida para a compreensão do comportamento dos mercados financeiros e a avaliação do risco associado aos investimentos em diferentes setores da economia. A seguir, foram explorados os resultados da dependência baseada em cópula assimétrica entre as variáveis.

Figura 3 - Implicações da dependência assimétrica entre o Ibovespa e os índices setoriais da B3: Uma análise reveladora.



Nota: Figura 3 ilustra a dependência assimétrica ($q = \zeta_r^n$) entre 8 índices da B3, com base em 1816 observações ao longo do tempo. O mapa coroplético apresenta a dependência por cópula assimétrica, onde a variável no eixo y influencia a variável no eixo x, indicando a relação entre a variável da coluna e a variável da linha. As abreviaturas utilizadas são: ibov_e para o Ibovespa; util_e para o Índice de Utilidade Pública; imat_e para o Índice de Materiais Básicos; icon_e para o Índice de Consumo; iee_e para o Índice de Energia Elétrica; indx_e para o Índice do Setor Industrial; imob_e para o Índice Imobiliário; e ifnc_e

para o Índice Financeiro. Os asteriscos na figura representam os níveis de significância estatística das estimativas de dependência baseada em cópulas assimétricas entre os pares de índices da B3. Em análises estatísticas, asteriscos são frequentemente usados para indicar diferentes níveis de significância: um asterisco representa $p < 0,05$, enquanto dois asteriscos sugerem um nível de $p < 0,01$, e assim sucessivamente (JUNKER; GRIESENBERGER; TRUTSCHNIG, 2021).

Fonte: Elaborado pelos autores a partir dos Dados da Pesquisa (2022).

A Figura 3 desvenda uma descoberta intrigante: todos os índices da B3 exibem níveis de significância de $p < 0,05$ em relação à dependência assimétrica. Essa constatação sugere que as interações entre esses índices são estatisticamente relevantes, indicando uma ligação genuína e mensurável entre eles, longe de ser mera coincidência. Essa revelação aponta não só para padrões consistentes de comportamento entre os distintos setores representados pelos índices, mas também oferecem informações interessantes para investidores e analistas em busca de decifrar as dinâmicas do mercado financeiro. Os resultados não apenas validam a importância e a solidez estatística das relações identificadas, mas também servem de alicerce robusto para decisões e análises futuras.

Os padrões de dependência entre os índices da B3 revelam conexões distintas que lançam luz sobre a dinâmica do mercado financeiro brasileiro. Por exemplo, o Ibovespa exibe uma dependência mais acentuada com o IFNC, contrastando com uma associação menos marcada com o IMAT. Em contrapartida, o setor de UTIL revela uma dependência mais forte com o setor IEE, mas com uma relação menos expressiva com o IMAT.

Por sua vez, o setor IMAT demonstra uma dependência mais pronunciada com o setor INDX, ao passo que apresenta uma ligação menos notória com o setor IMOB. O setor ICON exibe uma maior dependência do setor INDX, embora com uma associação menos marcante com o IMAT. O IEE revela uma dependência mais significativa com o setor UTIL, contrastando com uma conexão menos evidente com o IMAT. Por fim, o INDX evidencia uma dependência mais forte com o setor ICON, ao passo que mostra uma relação menos relevante com o setor IMAT. Todas essas observações denotam uma interdependência bidirecional, onde ambas as partes se influenciam mutuamente de forma notável. Essas análises abrem caminho para uma compreensão mais profunda e contextualizada das relações entre os índices, oferecendo um panorama mais rico e embasado para a tomada de decisões estratégicas no mercado financeiro.

Na análise dos índices da B3, como o Ibovespa e os índices setoriais, desvendou-se padrões fascinantes de dependência entre essas variáveis-chave do mercado financeiro brasileiro. O Ibovespa, por exemplo, revelou uma dependência notável com o setor IFNC, ao passo que mostrou uma relação menos expressiva com o setor IMAT. Essas descobertas não apenas proporcionam informações essenciais sobre a dinâmica do mercado, mas também oferecem orientações relevantes para investidores e analistas financeiros, com interpretação mais precisa e a construção de estratégias de investimento sólidas. Além disso, ao explorar a bidirecionalidade dessas dependências, destacou-se que as interações entre os diversos setores são mutuamente influentes, evidenciando a intrincada teia de conexões do mercado financeiro. Essa compreensão mais profunda é essencial para análises refinadas e formulação de estratégias de investimento robustas.

Observou-se também que, em todos os casos, a dependência é bidirecional, onde Y impacta X e X impacta Y de forma considerável. Ademais, há uma escassa característica assimétrica nas associações entre os índices analisados, pelo menos em termos contemporâneos. Destaca-se que a dependência média do Ibovespa com os setores ($q \pm sd = 0,72 \pm 0,07$) é superior à dependência média dos setores com o Ibovespa ($q \pm sd = 0,71 \pm 0,07$), revelando uma interessante assimetria que pode ter implicações importantes para a compreensão do mercado e a gestão de portfólio.

Surpreendentemente, os resultados indicaram uma notável simetria nas associações entre os índices, sugerindo uma distribuição equilibrada de influência entre eles. Essa constatação desafia certas premissas anteriores e indica novas direções para futuras pesquisas sobre a interdependência dos mercados financeiros, alinhando-se com a pesquisa de Junker, Griessenberger e Trutschnig (2021) ao demonstrar as vantagens do estimador ζ_r^n na identificação de padrões significativos.

Essas descobertas ressaltam a importância de uma análise minuciosa das relações entre os índices da B3, oferecendo uma perspectiva mais abrangente e informada do mercado financeiro brasileiro, enriquecendo o entendimento da complexidade do mercado e fornecendo informações valiosas para investidores e tomadores de decisões no Brasil e além. Adicionalmente, ao considerar a dependência assimétrica entre os índices da B3, este estudo oferece uma visão global das interações entre os diferentes setores da economia brasileira em meio a eventos globais significantes.

Durante a pandemia da Covid-19 e a instabilidade geopolítica decorrente da invasão da Ucrânia pela Rússia, testemunhou-se uma volatilidade sem precedentes nos mercados financeiros globais, impactando também o mercado financeiro brasileiro. Tais eventos podem ter influenciado a dinâmica dos índices da B3, especialmente em setores mais sensíveis como o setor IEE. Assim, essa análise da dependência assimétrica entre os índices da B3 proporciona uma compreensão aprofundada das interações entre os diferentes setores da economia brasileira em meio a eventos macroeconômicos globais de grande relevância.

5. Considerações finais

Este estudo pioneiro mergulhou fundo na intrincada teia de dependência entre os índices do mercado brasileiro, utilizando a sofisticada técnica de cópula assimétrica para modelar as complexas relações que permeiam a Bolsa de Valores B3. Ao explorar a relação entre o Ibovespa e os diversos índices setoriais de 2015 a 2022, revelamos uma conexão robusta e bilateral de dependência entre todos os índices analisados. Os resultados indicam que a dependência do Ibovespa em relação aos setores econômicos é mais pronunciada do que a dependência dos setores em relação ao Ibovespa, revelando nuances sutis de assimetria nessa relação de interdependência.

Essas descobertas iluminam o caminho para pesquisadores, investidores, analistas financeiros e formuladores de políticas, proporcionando um panorama aprofundado da dinâmica de interdependência dos dados do mercado brasileiro. Compreender a natureza dessas interações é crucial para a gestão de riscos, o aprimoramento de estratégias de investimento e promoção da estabilidade do mercado financeiro nacional. Além disso, ao sublinhar a relevância da cópula assimétrica neste contexto, o estudo enriquece o arsenal analítico disponível para profissionais do mercado financeiro, fortalecendo a resiliência do sistema financeiro diante de cenários desafiadores e em constante evolução.

A utilização de cópulas assimétricas na análise de séries temporais financeiras se revela uma ferramenta poderosa para capturar dependências complexas e estruturas de cauda nos dados. A metodologia proposta pelos renomados acadêmicos Junker, Griessenberger e Trutschnig (2021), que estimam diretamente o parâmetro da cópula $q(.)$ dos dados, representa uma abordagem promissora para modelar dependências assimétricas sem a necessidade de procedimentos de filtragem intrincados. No entanto, a aplicabilidade dessa abordagem em séries temporais financeiras pode depender das características dos dados e dos objetivos da pesquisa, justificando a necessidade de mais investigações e testes empíricos em diferentes cenários.

Para estudos futuros, recomenda-se a extensão da aplicação da cópula assimétrica

a outros índices do mercado brasileiro, bem como a comparação da estrutura de dependência entre as bolsas nacionais e internacionais. Tais investigações adicionais prometem fornecer informações valiosas sobre as interconexões dos mercados globais e regionais, enriquecendo ainda mais o entendimento da dinâmica desses ecossistemas financeiros. Assim, este estudo não apenas representa uma contribuição significativa para a academia, mas também traz implicações práticas profundas para os agentes do mercado, estabelecendo uma base sólida para elevar a eficiência e transparência do mercado financeiro brasileiro.

Referências

ASTROV, V.; GHODSI, M.; GRIEVESON, R.; HOLZNER, M.; KOCHNEV, A.; LANDESMANN, M.; PINDYUK, O.; STEHRER, R.; TVERDOSTUP, M.; BYKOVA, A. Russia's invasion of Ukraine: assessment of the humanitarian, economic, and financial impact in the short and medium term. *International Economics and Economic Policy*, v. 19, pages 331–381, 2022. <https://doi.org/10.1007/s10368-022-00546-5>

AL-SADOON, M. M. Testing subspace granger causality. *Econometrics and Statistics*. V. 9, pp. 42–61, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.ecosta.2017.08.003>

BECKER, J.; PROKSCH, D.; RINGLE, C. M. Revisiting Gaussian copulas to handle endogenous regressors. *Journal of the Academy of Marketing Science*, V. 50, pp 46 – 66, 2022. <https://doi.org/10.1007/s11747-021-00805-y>

BOURI, E.; GUPTA, R.; LAU, C.K.M.; ROUBAUD, D. Risk aversion and Bitcoin returns in extreme quantiles. *Economics Bulletin*, V. 41, pp. 1374 – 1386, 2021.

BÁRDOSSY, A.; HÖRNING, S. Process-driven direction-dependent asymmetry: identification and quantification of directional dependence in spatial fields. *Mathematical Geosciences*, v. 49, pp. 871–891, 2017. <https://doi.org/10.1007/s11004-017-9682-1>

CAO, Y. Measuring systemic risk and dependence structure between real estates and banking sectors in China using a CoVaR-copula method. *International Journal of Finance and Economics*, V. 26, 2021. <https://doi.org/10.1002/ijfe.2101>.

CHEN, L.; CHENG, Y.; DING, Y.; LI, R. Quantile association regression on bivariate survival data. *Canadian Journal of Statistics*, V. 49, pp. 612 – 636, 2021. <https://doi.org/10.1002/cjs.11577>

CORONADO, S.; MARTINEZ, J.N.; ROMERO-MEZA, R. Time-varying multivariate causality among infectious disease pandemic and emerging financial markets: the case of the Latin American stock and exchange markets. *applied Economics*, 54(34), pp. 3924–3932, 2021. <https://doi.org/10.1080/00036846.2021.2018127>.

DAI, Z.; ZHU, H.; ZHANG, X. Dynamic spillover effects and portfolio strategies between crude oil, gold and Chinese stock markets related to new energy vehicle. *Energy Economics*, V. 109, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2022.105959>.

GUO, D.; ZHOU, P. Green bonds as hedging assets before and after covid: A comparative study between the US and China. *Energy Economics*, V. 104, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2021.105696>.

GRIESENBERGER, F.; TRUTSCHNIG, W.; JUNKER, R. R. qad: An R-package to detect asymmetric and directed dependence in bivariate samples. *BioRxiv*, 2022. <https://doi.org/10.1101/2022.03.25.485746>.

GRIESENBERGER, F.; JUNKER, R.R.; TRUTSCHNIG, W. qad: quantification os asymmetric dependence. R packagr. 2020. <https://cran.r-project.org/web/packages/qad/qad.pdf>.

HAN, C.; WANG, K. Stressed portfolio optimization with semiparametric method. *Financial Innovation*, v. 8, 2022, <https://doi.org/10.1186/s40854-022-00333-w>.

B3. Índices de Segmentos e Setoriais da B3, (2022). Fonte: https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/indices/indices-de-segmentos-e-setoriais/

IPEA. Carta conjuntura, Número 54, Nota de conjuntura 22, 2022. Fonte: https://www.ipea.gov.br/portal/images/stories/PDFs/conjuntura/220315_cc_nota_22_guerra_da_ucrania.pdf.

Jl, Q.; LIU, B.; ZHAO, W.; FAN, Y. Modelling dynamic dependence and risk spillover between all oil price shocks and stock market returns in the BRICS. *International Review of Financial Analysis*, V. 68, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2018.08.002>.

JUNKER, R.R.; GRIESENBERGER, F.; TRUTSCHNIG, W. Estimating scale-invariant directed dependence of bivariate distributions. *Computational Statistics and Data Analysis*, v. 153, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.csda.2020.107058>.

JUST, M.; ECHAUST, K. Dynamic spillover transmission in agricultural commodity markets: What has changed after the covid-19 threat? *Economics Letters*, v. 217, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2022.110671>.

KIM, Y.; HWANG, S.-Y.; KIM, J.-M.; KIM, S. Linear time-varying regression with copula–DCC–asymmetric–GARCH models for volatility: the co-movement between industrial electricity demand and financial factors. *Applied Economics*, 2022. <https://doi.org/10.1080/00036846.2022.2086684>.

KUMAR, S.; TIWARI, A. K.; RAHEEM, I. D.; HILLE, E. Time-varying dependence structure between oil and agricultural commodity markets: A dependence-switching CoVaR copula approach. *Resources Policy*, V. 72, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2021.102049>.

NELSEN, R.B. An introduction to copulas. Springer Science & Business Media, 2007.

R CORE TEAM (2023). R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Disponível em: <https://www.R-project.org/>. Acesso em: 18/03/2022.

RSTUDIO TEAM (2023). RStudio: Integrated Development for R. RStudio, PBC, Boston, MA. Disponível em: <http://www.rstudio.com/>. Acesso em: 18/03/2022.

RESHEF, D. N.; RESHEF, Y. A.; SABATI, P. C.; Mitzenmacher, M. Na empirical study of the maximal and total information coefficients and leading measures of dependence. *Annals of Applied Statistics*, v. 12, pp. 123-155, 2018. <https://doi.org/10.1214/17-AOAS1093>

TRUTSCHNIG, W. On a strong metric on the space of copulas and its induced dependence measure. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*. V. 384, pp. 690-705, 2011. <https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2011.06.013>.

UMAR, Z.; POLAT, O.; CHOI, S-Y.; TEPLOVA, T. The impact of the Russia-Ukraine conflict on the connectedness of financial markets. *Finance Research Letters*, v. 48, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2022.102976>.

WANG, H.; WANG, X.; YIN, S.; JI, H. The asymmetric contagion effect between stock market and cryptocurrency market. *Finance Research Letters*, V. 46, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.102345>.

WORLD BANK. Global economic Prospects, 2022. Retrieved from <https://openknowledge.worldbank.org/bitstream/handle/10986/37224/Global-Economic-Prospects-June-2022-Global-Outlook.pdf>

YAMAKA, W.; LIU, J.; LI, M.; MANEEJUK, P.; DINH, H.Q. Analyzing the Causality and Dependence between Exchange Rate and Real Estate Prices in Boom-and-Bust Markets: Quantile Causality and DCC Copula GARCH Approaches. *Axioms*, V. 11, 2022. <https://doi.org/10.3390/axioms11030113>.

